LAVDATE DEVM OMNES GENTES.

# TRATTATO
## GEOMETRICO

DI PIETRO ANTONIO CATALDI
Lettore delle scienze Matematiche nello Studio di Bologna.

*Doue si essamina il modo di formare il Pentagono sopra ad vna linea retta, descritto da Alberto Durero.*

Et si mostra come si formino molte figure Equilatere, & Equiangole sopra ad vna proposta linea retta.

IN BOLOGNA,
Per Sebastiano Bonomi. M. DC. XX.

*Con Licenza de' Superiori.*

# TRATTATO
## GEOMETRICO

DI PIETROANTONIO CATALDI
Lettore delle scienze Matematiche nello Studio di Bologna.

*Doue si essamina il modo di formare il Pentagono sopra ad vna linea retta, descritto da Alberto Durero.*

Et si mostra come si formino molte figure Equilatere, & Equiangole sopra ad vna proposta linea retta.

IN BOLOGNA.
Per Sebastiano Bonomi. M. DC. XX.
*Con Licenza de' Superiori.*

Al Molto Illust. & Clariss. Sig.

# NICOLO DELL'ANTELLA
## I.C. ET SENATORE,

Auditore dell'Altezza Sereniss. di Toscana, Presidente dell'Ordine Militare de' Caualieri di S. Stefano, & Luogotenente della medesima Altezza nell'Accademia del Disegno di Fiorenza, & alli virtuosissimi Signori Accademici di essa.

*ENTRE io Giouanetto gl'Anni 1569. & 1570. leggeuo Euclide nella celebratissima Accademia loro del Disegno, le conobbe sempre molto intente alle operationi Geometriche, & perche intendo, che ancora al presente nella istessa Accademia si dà operà alla Geometria, hò pensato poterli essere di piacere il presente Trattato, nel quale si esamina il modo di formare il Pentangono sopra ad'vna proposta linea retta, dato già da Alberto Durero, & adoprato da altri Eccellenti Scrittori, & insieme si mostra il modo Geometrico di formare molte figure Equilatere, & Equiangole sopra ad'vna proposta linea retta, il che ancora à gl'Architetti militari potrà essere di vso. La inuio perciò, & dedico à V.S. Clarissima, & alli SS. Accademici, pregandole ad aggradire questo poco di segno della mia molta riuerenza, & osseruanza verso cotesta celebratissima Accademia, & con raccordarmi à tutti deditissimo Seruitore, humilmente mè le inchino, & le desidero da N. Sig. Iddio continui accrescimenti di felicità. Di Bologna Venerdì alli 24. di Genaro 1620.*

*Di V.S. M. Ill. & Clariss. & Virtuosiss. SS. Accademici*

*Deditiss. seruitore*

*Pietroantonio Cataldi.*

# OPERE STAMPATE DI PIETR'ANTONIO CATALDI,

Lettore delle Scienze Matematiche nello Studio di Bologna.

*ARitmetica vniuersale doue si mostrano le Operationi delli numeri rationali (ò vogliamo dire esplicabili) & le Regole, & inuentioni loro, in foglio.*

*Trattato del modo breuissimo di trouare la radice quadra delli numeri, & Regole facilissime di approssimarsi di continuo al vero nelle Radici delli numeri non quadrati, con le cause, & inuentioni loro. Et il modo di pigliare la radice Cuba, applicando il tutto alle Operationi militare, & altre, in foglio.*

*Trattato della Quadratura del Cerchio, doue si esamina vn nuouo modo di quadrarlo per numeri, & come dato vn Rettilineo si formi vn Curuilineo eguale ad esso dato, & alcune Trasformationi di curuilinei misti fra loro, in foglio.*

*Algebra proportionale doue si mostrano le inuentioni delli primi Capitoli, ò Equationi d'esse, in foglio.*

*Nuoua Algebra proportionale doue si mostra la inuentione della Radice cuba di molti binomij quali gl'illustri Scrittori teneuano non potere essere cubi, & anco delli Trinomij con molte considerationi intorno a simili quantità, in foglio.*

*Regola della Quantità, ò Cosa di cosa, in foglio.*

*Algebra Discorsiua numerale, & lineale, doue discorrendo con il giudicio naturale, si inuentano le regole alle Equationi Algebratiche, con il modo da esequire le operationi loro in numeri, & in linee. in foglio.*

*Diffesa d'Archimede dalle Oppositioni del Signor Gioseffe Scaligero intorno alla Quadratura del Cerchio, con l'esamine di molti modi di diuersi Auttori, in foglio.*

*Trattato Geometrico, doue si esamina il modo di formare il Pentagono sopra ad vna linea retta, descritto da Alberto Durero, & si mostra come si formino molte figure equilatere, & equiangole sopra ad vna proposta linea retta, in foglio.*

*Transformatione Geometrica, doue si mostra come dato vn rettilineo egli stesso si riduca alla forma di qual si vogli rettilineo proposto, in foglio reale.*

*Transformatio Geometrica.*

*Opusculum de lineis rectis æquidistantibus, & non æquidistantibus, in quarto.*

*Operetta delle linee rette equidistanti, & non equidistanti, doue si dimostra il quinto postulato del primo libro d'Euclide, & Aggionta ad essa Operetta doue anco si dimostra ostensiuamente la settima propositione del primo libro d'Euclide, chiamata fuga miserorum, & facilissimamente. in quarto.*

*Trattato delli numeri perfetti, in quarto.*

*Prima lettione nel principio del leggere Euclide nello Studio di Perugia alli 12. di Maggio 1572. Et due lettioni fatteui nella Academia del Disegno, in quarto.*

*Operetta di Ordinanze quadre di Terreno, & di gente, & altre con alcuni quesiti intorno alle Ordinanze diuerse, in quarto.*

*Due lettioni fatte nella Academia erigenda del trouare la grandezza delle figure rettilinee, & Aggionta del trouare la grandezza, & superfitie delle Sfere, & parte loro. Et delle cinque zone terrestri, & parti loro, in quarto.*

*Molte altre Opere composte, & che si vanno componendo si Stampariano quando vi fusse la commodità.*

# In DEI æterni omnipotentis nomine.

## *Discorso d'vna nota proprietà del Cerchio, per causa della quale il compasso si Chiama vniuersalmente Sesto.*

HAVENDO ciascuna cosa naturalmente la proprietà datali dalla eterna omnipotente Maestà Diuina, il circolo in particolare frà le molte mirabili proprietà, che iin esso si trouano, hà questa, che il semidiametro
entra precise per linea retta nella sua circonferenza sei volte, cioè diuisa
la circonferenza poniamo del circolo a b d e f g in sei parti eguali a b, b d
d e, e f, f g, g a, & à questi sei archi eguali tirate le sei corde, ancor elle
perciò eguali, ciascuna d'esse sarà precise eguale al semidiametro del cer
chio, il che facilmente si dimostra così; Dal centro e, a ciascuno delli sei
punti delle diuisioni si tiri vna retta, che ciascuna d'esse sarà eguale al se-
midiametro a c, & però tutte frà loro (andando ciascuna dal medesimo centro t, alla circonferen
za dell'istesso cerchio, & così il rettilineo a b d e f g, esagono, ò di sei lati eguali sarà diuiso in sei
triangoli equicrurij eguali, inteso i lati loro essere i semidiatri detti, che perciò sono eguali, &
le loro sei basi le sei corde dette, quali dal supposito sono eguali fra loro, onde li 12. ang. d'essi
sei triang. che sono alle loro basi saranno eguali l'vno all'altro, per ilche il restante ang. al cẽtro
dell'vno sarà eguale al restante angolo del centro di ciascuno de gl'altri, cioè li sei ang. d'essi in-
torno al centro e, sono eguali fra loro, & perche essi sei angoli contengpno 4. retti (per la 13. pro
positione del 1. lib. d'Euclide) ciascuno d'essi sarà l' $\frac{1}{6}$. di 4. retti, cioè li $\frac{2}{3}$. d'vn retto; Et perche li
3. angoli d'ogni triãgolo sono eguali a dui retti, ne segue, che in ciascuno delli *6*. triangoli, li dui
angoli alla base importino quanto resta a cauare $\frac{2}{3}$. di retto (che è l'angolo al centro, ò contenu
to dalli dui lati) da 2. retti, cioe da $\frac{6}{3}$, qual restante è $\frac{4}{3}$, & perche essi dui angoli alla base sono e-
guali fra loro (essendo ciascun d'essi triangoli equicrure, cioe di dui lati eguali) ciascun di loro
sarà la mità di detti $\frac{4}{3}$. cioe sarà $\frac{2}{3}$. di retto, onde in ciascuno d'essi triangoli, ciascuno delli suoi
tre angoli sarà $\frac{2}{3}$. di retto, sarà dunque ciascun triangolo equiangolo, & consequentemente equi
latero non che equicrure, per ilche ciascuna base sarà eguale a ciascun lato, cioè a ciascun semi-
diametro, come si voleua dimostrare; E dunque chiaro, che nel cerchio inscritto vn esagono
equilatero ciascun suo lato è eguale al semidiametro del cerchio, nel quale egli è inscrit-
to, cioè che il semidiametro per linea retta entra precise sei volte nella circonferenza del suo cer
chio, & di qui auuiene, che il Compasso con che si fanno le circonferenze de' cerchi comunemen
te si chiama Sesto, cioe perche l'apertura del Compasso è la sesta parte del giro dell'esagono.

Equilatero da inscriuere nel cerchio.

Di qui hora si vede il modo di formare, ò inscriuere facilmente l'esagono equilatero, & consequentemente equiangolo nel cerchio, che le figure equilatere inscritte nel cerchio sono anco necessariamente equiangole, perche tutti li archi, che seruono per basi a' detti angoli (fatti nella circõferenza) sono eguali fra loro, hauẽdo le corde eguali l'vna all'altra.

Seguiremo hora à mostrare come sopra ad vna linea retta data si formi l'esagono. Equilatero, & Equiangolo.

Data la retta a b per formarui sopra l'esagono equilatero, & equiangolo del quale esagono la data a b sia vn lato, noi sopra ad essa a b, formaremo vn triãgolo equilatero, ponendo vn piede del Compasso vna volta nell'estremità a, & vn'altra volta nella estremità, ò punto b, & cõ apertura di Compasso eguale ad essa data a b, segnare il punto c, doue girando l'altro piede del Compasso l'vna volta, & l'altra occorrà, che si seghino frà loro dui pezzi di circonferenze, che si segnino dalla parte superiore ad essa a b, che tirate, ò imaginate dal punto c, così trouato, tirate due rette vna al l'a, & l'altra al b, elle con la a b, formaranno vn Triangolo equilatero (essendo ciascuno del li dui lati c a, c b, eguale alla data a b) & la cima, ò sommità del triangolo sarà il punto c. Hora fatto centro questo punto c, con l'istessa apertura, ò interuallo del Compasso eguale, cioe

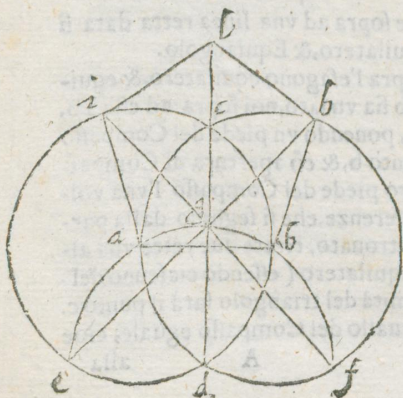
alla a b si formi vn cerchio, ò vogliamo dire si segni la sua circonferenza, che ella per ciò passarà per li dui punti a, & b, estremità della data, & posto vn piede del Compasso in vno d'essi dui punti, & sia l'a, si vada segnando la distãza, ò lungh a b, sù per la circõferenza del cerchio con li punti d e f g, che essa distãza vi capirà precise sei uolte, & così si formarà cõ esse 6, rette l'esag. cercato.

Ouero segnato il triãgolo equilatero c a b, sopra alla data a b, ancora sopra ad vn lato d'esso, & sia il b c, si segni vn'altro triangolo equilatero c b g, & si allunghino le tre rette a c, b c, g c, per il c, altretanto quanto è la lunghezza di ciascuna di loro (ouero finche atriuino alla circonferenza del cerchio, che si fusse segnata con il centro c, & interuallo d'vno de' lati del triangolo) & notati i termini f e d, doue si arriui si tirino le rette a d, d e, e f, f g, g b, ch'elle con la a b, formaranno l'esagono cercato.

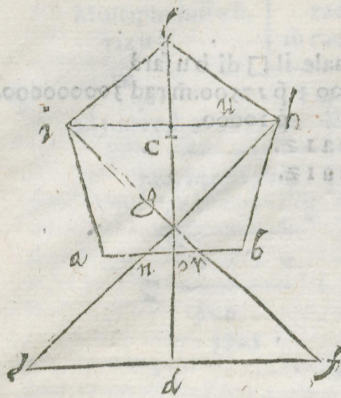
*Problema.*

Sopra ad vna data retta si può descriuere vn Quadrato.

Data la retta a c, per formarui sopra vn Quadrato. Dall'estremo a, ad essa a c, s'erga la perpendicolare a r, & si facci eguale alla medema a c; poi fatti centri li estremi r, & c, secondo la lunghezza di r a, & a c come semidiametri, si segnino dui archi, che si seghino dalla parte opposita all'a, & sia in m; dal qual punto m, alli estremi c, & r, si tirino le rette m c, & m r; che così la figura a c m r, hauerà i lati eguali frà loro, & sarà quadrata, cioè hauerà gl'angoli retti, come si dimostra così. Tirata la retta r c, sottotendente al formato angolo retto a, & considerato il triangolo r a c, che hà i lati r a, c a eguali, ancora gl'angoli a r c, & a c r, sopra alla base saranno eguali frà loro, onde essendo l'angolo a'desso retto, & però li dui restanti angoli detti eguali ad vn'altro retto (per la 32. del primo) ciascun d'essi sarà mez'angolo retto. Ancora considerato il triangolo r m c, & parangonatolo all'r a c, perche ciascuno delli dui lati, & base dell'vno è eguale à ciascuno de' dui lati, & base dell'altro, ne segue, che ciascuno de gl'angoli dell'vno sia eguale à ciascuno a lui corrispondente angolo dell'altro, però l'm sarà retto come è l'a, & ciascuno delli dui r c m, & c r m, sarà mezo retto, perilche tutto l'angolo a c m, sarà retto, & così tutto l'angolo a r m. Onde la figura a c m r hauerà gl'angoli retti, & i lati eguali, & sara quadrata.

SArà anco bene di auertire lo studioso Lettore, che ordinariamẽte si suole formale il pẽtagono equilat. sopra ad vna data lin. retta nel modo (ingegnosiss. in vero, & faciliss.) che insegna Alberto Durero, Pittore, & Geometra famosiss. nel 2. lib. delle sue Institutioni Geometr. al nu. ò fig. 16. dicendo, *Iam pentagonum construere docebo vna circini apertura, hoc qui sequitur modo. Esto linea ab vnũ pẽtagoni latus, cuius extremitatẽ à facio centrũ, & ad interuallũ a b, describo circulũ, rursus centro b, spacio vero b a, delineo aliũ circulũ secantẽ priorem, superne quidẽ ad c, inferne vero ad d, quæ duo puncta linea recta coniũgo. Nũc super centro d, protendo arcũ per vtriusq; circuli centra, & circunferẽtias; quas vbi abscindit noto per e f, item sectioni ipsius, & lineæ c d, adijcio g, literã. His perfectè continuò lineã e g, versus g, vsq; in percipheriã a c f d, & vbi eã contingit illic scribo b. Cõsimiliter ẽt produco lineã f g, donec cadat in circinationis lineam b c e d, & locũ cõtractus signo litera i. Deinde duco lineas a i, & b h, habeoq; tria pẽtagoni latera, reliqua duo applico perpendiculari d c, prolungata, & terminis i, & h, quo facto erit petagonus absolutus, velut hic designaui.* Cioè, Hora insegnarò di formare il Pentagono cõ vna apertura di compasso, nel modo seguente. Sia la linea a b, vn lato del Pentag. la estremità a, del quale fò cẽtro, & secõdo l'interuallo a b, descriuo vn cerchio, di nuouo cõ il centro b, & con lo spacio b a, descriuo vn'altro cerch. segãte il primo di sopra nel punto c, & di sotto nel d, quali dui punti cõgiungo insieme cõ vna linea retta. Hora sopra il cẽtro d fò vn'arco pasſãte per i cẽtri d'ambidui i cerchij, & loro circonfer. le quali oue egli le sega noto cõ i pũti e f, ancora nella settione d'esso, & della lin. c d, aggiũgo la lettera g, fatto questo proiũgo la lin. e g. verso il g, fino alla circonfer. a c f d, & nel luogo doue peruiene ad essa scriuo b. Similmẽte ancora allũgo la lin. f g, finche arriui alla circõfer. b c e d & iui pono la let. i. Dipoi tiro le lin. a i, & b h. & hò 3. lati del pẽtag. gli restãti dui applico alla ppẽd. d c, allũgata, & alli term. i, & h, il che fatto sarà formato il pẽtag. come q hò dissegnato.

Esaminiamo hora questa operatione, & cõsideriamo se que-

sto

sto pentag. è ancora equiang. trattãdosi del modo di formare figure rettilinee equilatere, & equiangole.

Imaginate le rette d b, & d a, & cõsiderato il triang. d a b, conoscere mo, ch'egli è equilat. Ancora imaginate le rette d b b f, & d f, il triãg. da loro cõstituito sopra la d b, sarà equilat. & similmẽte imaginate le rette d a, e a, & d e; il triãg da loro cõstituito sopra la d a sarà equilat. & così ciascũ lato d'essi 3. triang. equilat. sarà eguale alla a b; E pche ciascuno delli dui lati d e, & d f, è semidiam. del cerch. e a b f, & però à ciascuno d'essi è eguale il lato dell'esagono equilat. che si ĩscriuesse in esso cerch. ne segue che le 3. rette f b, b a, & e a, sono tre lati dell'esagono equilat. che si inscriuesse in esso cerch. & però elle sottotẽdono, ò cõprendono la mità della circonfer. d'esso, onde e a g b f, è meza circonfer. però dalli estremi e f, tirãdo la retta e f, ella sarà suo diamet. & però passarà p il cẽtro d, cioè le due rette e d, & d f, sono insieme cõgiunte per il diritto, & cõtengono vna sola lin. che è la e f, diamet. & così la portione e a g b f, essendo mezo cerch. ne segue che l'ang. e g f, fatto in essa sia retto (per la 31. del terzo d'Euclide, onde ancora l'ang. i g h ad esso opposto sarà retto (per la 15. del 1.) Ancora li dui ang. e d g, & f d g. sono retti, & li dui n o g, & v o g; E pche nelli triãg. rettãg. e d g. & f d g, li lati e d, & d g, & li f d, & d g, & sono eguali fra loro; ancora li ang. d e g, & d g e, & anco li d f g, & d g f, sarãno eguali fra loro, & però ciascuno d'essi sarà mezo retto, & così anco li dui ang. i g l, & h g l, à dui delli detti oppositi, & però ad essi eguali saranno ciascuno d'essi mezo retto. Hora tirata la retta i h, che sarà equidistãte alla a b, & segata dalla d l, p mezo, & ad ang. retti in s, & considerato il triang. rettãg. h s g, del quale l'ang h g s è mezo retto, ne segue che ancora l'altro suo ang. g h s sia mezo retto, & però eguale all'h g s, & perciò la retta g s, eguale alla retta h s. Ancora cõsiderisi tirata la retta b u, equidestante alla o s, & però eguale ad essa o s; & ppẽd. alla h s, che segarà la parte s u, eguale alla o b, che è la mità di a b, lato del pentag. Questo inteso ponasi la a b, lato del pẽtag. essere p essempio 100. però o b, sarà 50, & medesmamẽte s u, sarà 50, & cerchisi la s h quale potremo ponere, che sia 1 ✝. onde la u b sarà 1 ✝. m̃ 50. & cõsiderato il triang. rettang. h u b, cauãdo il □. di u b, dal □ h b, cioè 1 ƶ. m̃ 100 ✝ p̃ 2500 da 1000, che resta 7500. p̃ 100 ✝ m̃ 1 ƶ, questo sara il □ di b u, alla quale b u è eguale la retta o s: ma essa o s è cõposta da s g, eguale alla s h 1 ✝, & da g o, che è 100. m̃ rad. 7500. (pche nel triãg. equilat. d a b, di 100. per lato, la perpend. d o, è rad. 7500. che cauata da d g, semidiamet. che è 100. resta 100 m̃ rad. 7500. p la o g.) onde tutta la o s sara vna co. p̃ 100. m̃ ℞. 7500. & il suo □ sara 1 ƶ. p̃ 200 co. m̃ ℞. 30000. co. p̃ 7500. m̃ ℞. 300000000. & pciò questo sara eguale al □ di b u, trouato essere 7500. p̃ 100. ✝ m̃ 1 ƶ; cioè questa quãtità sara eguale a q̃lla, onde accõmodate le parti p ueniremo al cap. di ✝, & nu. eguale a ƶ. E seguẽdo la reg. si trouara la ✝ valere r. L. 421875 00. m̃. 2500. p̃ ℞. 1875. m̃ 25. per il che la linea s h posta 1. co. sara rad. L. 4218500. m̃ 2500 L piu rad. 1875. m̃ 25. & tutta la i h, doppia ad essa s h sara rad. L. rad. 675000000. m̃ 10000 L. p̃ ra. 7500. m̃ 50. Cioe p̃ di Eucl. 163 $\frac{1}{6}\frac{1}{6}$. Ma del pentag. equilat. & equiang. d lato del quale sia 100. sappiamo (p q̃llo, che dimostra nell'8 proposit. del 13. lib.) la subtẽsa a dui lati essere rad. 12500. p̃ 50; il che nõ arriua a 161 $\frac{1}{2}\frac{7}{2}\frac{9}{2}$. cioe sappiamo essa subtẽsa nõ potere arriuare a 161 $\frac{1}{2}\frac{7}{2}\frac{9}{2}$. però la linea i h che è più di 163 $\frac{1}{6}\frac{1}{6}$. viene ad essere più lunga della vera subtensa à dui lati del pentag. equilat. & equiãg. ciascuno de gl'angoli del quale deue essere la 5. parte di 6. angoli retti, cioè deue essere quanto 1 $\frac{1}{5}$. retto, perilche essa linea i h più lũga della vera subtensa, viene anco a sottotendere ad ang. maggiore d'1 $\frac{1}{5}$. retto, & consequentemente l'angolo i l h, non può essere angolo di pentagono equiangolo, anzi è maggior d'esso.

E se vorremo venire in cognitione della qualità delli dui angoli i, & h, & anco delli dui a, & b; lo potremo fare mediante la inuentione delle rette sottotendenti ad essi angoli; che se vorremo trouare la subtensa l b, consideraremo, che ella si oppone all'angolo retto l o b, nel triang. rettang. l o b; però il □ d'esso si compone delli dui □ di o b, & di l o; ma la linea l o è composta da s g, eguale alla s h, nota, & da g o, nota anc'ella, però cercaremo la l s, che nel triang. rettang. l s h fa ang. retto con la s h, onde cauãdo il □ di s h dal □ di l h, cioe da 10000. il restãte sarà il □ di l s, & però detta l s, sarà la rad. d'esso restãte che gionta alla s o, ci mostrarà la quantità di l o, altezza del pentag. sopra la base a b, & cosi mediante questa l o, & la o b, verremo in cognitione della l b, & però della l a, à lei eguale, & consequentemente della qualità delli angoli h, & i, del pentag. E quanto alla subtensa h a, ouero i b, fra loro eguali; Considerata la b u, perpendicolare alla h i, conosceremo, che il triang b u i, è rettangolo, & però il □ di b i, si cõpone delli □ di b u, & u i, note, onde pciò sarà nota essa i b, & da essa haueremo notitia della qualità dell'ang. a, & del b del pẽtag. Che si lassa la cura di trouare per num. esse linee à chi ne hauerà comodo, ò desio, bastãdoci di hauerne mostrato il modo, & essendo già chiari, che il pẽtag. cosi formato nõ è equiãg.

Ma

a b 100. o.b.50.s u 50. d g 100.d.o.rad.7500.o.g. 100.m̃ rad. 7500.
ſia s h 1. ꝛ, però u h ſarà 1 ꝛ m̃ 50. g s.1 ꝛ.o s.1 ꝛ.p̃ 100.m̃ rad.7500.
□ di b h 10000.
□ di v h.2500.m̃ 100 ꝛ p̃ 1. ƶ.

Il □ di o s, al quale è eguale il □ di b u ſarà
□ di b u.7500 p̃ 100 ꝛ m̃ 1 ƶ. 1 ƶ p̃ 200.ꝛ me.rad.30000 ꝛ.p̃ 17500.m̃ rad 30000000.
rad.30000.ꝛ.p̃ rad.300000000 2.ƶ.p̃ 100 ꝛ. p̃ 10000.
(rad 30000.me.100 ꝛ)p̃ rad.300000000.me.1000.eguale a 1 ƶ.
(rad.7500, me.50 ꝛ)p̃ rad.75000000, me.5000. eguale a 1 ƶ.
rad.7500, me.50,
via rad.7500. me.50.

fa 10000.me.rad.75000000.

2500.me.rad.4687500.
con me. 5000. p̃ rad.75000000.

rad. 42187500.me.2500.
rad L.rad.42187500.me.2500.L.p̃ rad.1875.me.25. Vale la 1 ꝛ. Et queſta è la s h,
rad.L.rad.675000000.me.10000.L.p̃ rad.7500.me.50.ſarà i h, ſottotendente alli dui lati l i,
& l b, del pentagono.
rad.675000000.

25980

5000

41900

$25980\frac{39600}{51960}$.& più
ma mãco di $25980\frac{39600}{51961}$.cauatone 100.reſta Sõmiſi più di $\frac{104}{173}$.cõ più di $\frac{104\frac{39600}{51961}}{253}$
$15980\frac{39600}{51960}$.& più, ma manco di
$15980\frac{39600}{51961}$.che la ſua rad.ſarà

126

1580

126 $\frac{104\frac{39600}{51960}}{253}$ & più, ma manco di

126 $\frac{104\frac{39600}{51960}}{253}$ cauatone 50.reſta

76 $\frac{104\frac{39600}{51961}}{253}$ & più, ma manco di

76 $\frac{104\frac{39600}{51960}}{253}$ La rad.di 7500. da giungerli è $86\frac{104}{152}$. & più, ma non arriua à $86\frac{104}{172}$. Onde la ſomma ſarà $162\frac{104}{173}$.& $\frac{104\frac{39600}{51961}}{153}$. & piu, cioe
$163\frac{2346489035}{2274281009}$.& più, ma non arriuarà a $162\frac{104}{172}$.& $\frac{104\frac{39600}{51960}}{252}$

| | | |
|---|---|---|
| 155883 | | 207844 |
| 1299025 | | 51961 |
| | | 39600 |
| 13146133 | | |
| 104 | ✕ | 5443544 |
| 173 | | 13146133 |
| 39438399 | | 16330632 |
| 223484261 | | 92540248 |
| | | 52584532 |
| 2274281009 | | 13146133 |
| | | 2308930944 |
| | | 34649935 |

la ſomma è più di $1\frac{34649935}{2274281009}$

Ma ſenza affatticarſi in trouare la quantità numerale delle ſubtenſe dette, potremo conoſcere la qualità de gl'altri angoli del pentagono equilatero ſopradetto, conſiderando che ſe in vn cerchio fuſſe inſcritto vn pentagono equilatero, & però di neceſſità equiangolo l i a b h; & tirata la

ſubten-

s u, è 50, s h, è rad. L. rad. 42187500. m̃ 2500. L. p̃ rad. 1875. m̃ 25.
però sarà u h rad. L. rad. 42187500. m̃ 2500. L. p̃ rad. 1875. m̃ 75.

Moltiplichisi s h, via u b | rad. 42187500. m̃ 2500. | 1875.
| m̃ rad. 18750000. p̃ 3750. | 1875.

3750. m̃ rad. 18750000.

rad. 4687500. p̃ 1250. Somminsi rad. 1875. m̃ 25.

ad 3. in rad. 42187500. Et in m̃. rad. 18750000. Et rad. 1875. m̃ 75.

(via la R̷. L ꞁ.

rad. 14062500. rad. 6250000. Somma rad. 7500. m̃ 100. da moltip.
rad. 7500. m̃ 100.

3750 m̃. 2500.
da 3750.
506 7500.
10000.
3725 1250

rad. L. 17500. m̃ rad. 300000000. L.

rad. 3. via rad. 1562500
fà rad. 4687500.

rad. L. rad. 42187500. m̃. 2500. ꞁ.
via m̃ rad. L. m̃ R̷. 300000000. p̃ 17500. ꞁ.

m̃ rad. 1265625000000000.

cioè m̃ 1125000000
556
11225
m̃ 112500000
m̃ 4375000
m̃ 15625000000

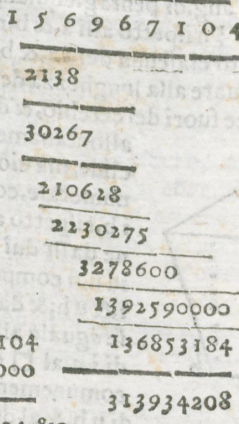
rad. 3. via 3750. via 17500
rad. 3. via m̃ 10000. via m̃ 2500.
cioè rad. 3. via 65625000.
& rad. 3. via 25000000.

chè è rad. 3. via 90625000.
90625
2265625
543750
815625

rad. 3. via rad. 8212890625000000
fà rad. 2463867187500000

Ma notisi, che R̷. 7500. m̃ 100. è mãco di niẽte, & è come se dicessimo m̃ 100 (m̃ R̷. 7500.) onde essa quantità ridotta à forma di rad. LL. sarà m̃. radice L. 17500. m̃ radice 300000000. ꞁ. perilche moltiplicandola via la principale rad. LL il prodotto sarà meno.

Il prodotto è meno rad. L. rad. 2463867187500000. meno 156250000. ꞁ. però il dutto di u b, in s h. sarà rad. 4687500. p̃ 1250. meno rad. L. rad. 2463867187500000. me. 156250000. ꞁ.

2165
2775
21900
$2165 \frac{275}{4320}$
1250
$3415 \frac{55}{866}$. in circa
meno $846 \frac{694}{846}$. in circa
2568. & alquanto più
è il prodotto di s h in u h.

s h. $81 \frac{67}{1 \, 32}$. & più
via u h. $31 \frac{67}{1 \, 32}$. & più
2511
$56 \frac{1}{1} \frac{1}{2} \frac{2}{2}$
il □ del rotto è $\frac{1}{4}$. & più
2568. & più, è il prodotto.

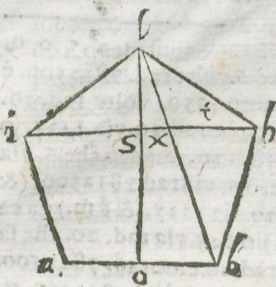
156967104
2138
30267
210628
2230275
3278600
1392590000
156967104 136853184
156250000
313934208
meno rad. 717104. &c.
846
771
11504
me. $846 \frac{1}{1} \frac{2}{6} \frac{8}{9} \frac{8}{2}$

subtensa i h;quando essa subtensa si volesse allungare egualmente dalli termini i,& h,stando ferma la lunghezza de' lati,non solo l'angolo l,si aggrandirebbe,& il punto l,si abbassarebbe, acco standosi à detta i h,& alla a b;entrando dentro al cerchio,& abbandonando la circonferenza,ma anco essa subtensa nell'allungarsi spingerebbe li termini i,& h, fuori della circonferenza, & fuori del cerchio,abbassandosi nell'istesso tempo ancora essa subtensa verso la b, & stringendosi il quadrilatero,ò doppio capotagliato i h b a,ò vogliamo dire sminuendosi la sua altezza ; Che se le b, h,& a i,lati del vero pentagono equiangolo,hanno da seruire à base equidestante alla a b,ma più lunga della vera i b,cōuiene,che pieghino in fuori à destra l'vna,& à sinistra l'altra,& più s'abassino,ò accostino verso il piano,ò dirittura della a b,& però con li estremi h,& i, eschino fuori del cerchio,onde ancora li angoli b,& a vēgono ad aggrādirsi,& douētar maggiori d' $1\frac{1}{5}$.retto,come erano,perilche conosciamo,che questi angoli a,& b,del pentagono equilatero così formato, sono anc'essi maggiori del vero angolo del pentagono equiangolo. Quanto poi alli angoli h,& i,senza dubio ciascun d'essi è minore d' $1\frac{1}{5}$.retto,che è la quantità del vero angolo del pentagono equiangolo,poiche conosciamo,che nel partirsi il punto l,dalla circonferenza, & entrare nel cerchio,& però abbassandosi vero la a b;si viene ad accostare alli estremi a,& b,più di quello,che era,onde la distanza,ò subtensa l a,viene anco à sminuirsi,cioè la retta l a,nel pentagono così formato è minore,che la retta l a,nell'equiangolo,& però ancora l'angolo i, nel così formato sarà minore dell'angolo i,nell'equiangolo;& il medesimo si dice dell'angolo h.

L'istesso si saria concluso, dicendo, che così li 5. angoli del l'equiangolo, come li 5. angoli del così formato sono eguali à 6.retti ( per la 32.del primo d'Euclide) & però li 5.angoli dell'vno sono eguali insōma alli 5. angoli dell'altro; ma li 3. l a b, del così formato superano li 3. l a b, dell'equiangolo,però li dui restanti i,& h, del così formato, saranno con uersamente superati dalli dui restanti i, & h, dell'equiangolo,onde essēdo l'angolo i, eguale all'h,nel così formato,ciascū d'essi sarà minore d'ang.di pentag.equiang.cioè sarà minore di $1\frac{1}{5}$. retto. Quanto poi all'angolo l,maggiore d' $1\frac{1}{5}$.rispetto alli a,& b,maggiori ancor essi d' $1\frac{1}{5}$.retto;si potria dire,che detto l,fusse maggiore di ciascuna delli a,& b;perche tirata,ò imaginata la subtensa b i; si può considerare ella non arriuare alla lunghezza della h i;poiche la b i,esce fuori del cerchio solo dalla parte i;ma la h i,esce fuori del cerchio,& dalla parte i,& anco dalla parte b (se bene con diuerso allontanamento,come si conosceria mediante la 8. del terzo d'Euclide,ma ciò esattamente si trouaria dalla diligente operatione numerale,come s'è detto. Ancora quanto alla lunghezza della i b,rispetto alla i h,potremo considerare,che il □ di b i,si compone dalli dui □ di b u,& u i,& il □ di h i,intesa diuisa in due parti in u,si compone(per la quarta del secondo d'Euclide) dalli □ di u i,& u h;& dal dutto di u i,in u h,due volte;per il che quando i b fusse eguale alla h i;all'hora li □ di i u,& u b,sarebbono eguali al □ di i u,al □ di u h,& al dutto di u h, in u i, due volte, onde leuato comunemente il □ di u i, restaria il solo □ di u b, eguale al □ di u h,& al dutto di u h,in u i,due volte;& hora giongendo comunemēte il □ di u h,ne seguiria,che li dui quadr.di b u,& u h,& però il quad.solo di b h,quali 10000 saria eguale a dui dutti di u h,in u i,& a dui quad.di u h(cioè,& a dui dutti di u h in u h) ma il dutto di u h,in u h,& in u i;è quanto il dutto di u h,in tutta la h i, però dui dutti di u h,in h i, sariano eguali al quadr.di b h,cioè sariano 10000. Onde vn dutto solo di u h,in h i,saria eguale a 5000; & il dutto di u h,nella mità d h i;cioe in h s,saria eguale à 2500. Ma quando i h, fusse più lunga della i b,all'hora il suo quad.(& però li dui quad.di u h,& u i;con li dui rettangoli di u h,in u i) saria maggiore del quadr.di i b(& però delli dui quad.di i u,& u b.)onde finalmente procedendo come di sopra,ne seguiria il dutto di h u,in h s,douere essere maggiore del quarto del quadr.

di

di h b, cioè più di 2500. E quādo i h fusse più corta di i b, all'hora (procedēdo pure come di sopra) conosceremo, che il dutto di h u, in h s, doueria essere manco di 2500. Onde moltiplicando noi h u, nota in h s nota, dal prodotto, che è maggiore di 2500. conosceremo, che anco la linea i h, è più lunga della i b.

Ma questo prodotto di h s. in h u, vicino al vero, haueressimo anco trouato facilmente, considerando che essendo i h, più di $163\frac{1}{66}$. la sua mità s h, sarà $81\frac{67}{132}$. & più, & di questa cauato s u, che e 50. resta $31\frac{67}{132}$. & più per la u h, onde moltip. $81\frac{67}{132}$. & p̄ via $31\frac{67}{132}$. & più, che produrrà 2568. & più, questo saria il prodotto di s h, in u h, il che supera 2500, & però più lunga è la i h, che la i b.

Dimostra Euclide nell'ottaua propositione del 13. libro de gl'Elementi, che quando la retta sottotendente à dui lati del pentagono equilatero, & equiangolo si diuide secondo la proportione hauente il mezo, & dui estremi (cioè in due parti tali, che la parte maggiore sia media proportionale fra la linea totale, & la parte minore, ò vogliamo dire, che il quadr. della parte maggiore sia eguale al rettangolo, ò dutto della linea totale nella parte minore) all'hora la parte maggiore di detta subtensa è eguale al lato d'esso pentagono. Onde quando sapessimo la quantità della subtensa detta, potressimo venire in cognitione del lato, & quando sapessimo il lato, potressimo venire in cognitione della subtensa. Hora sia, che si dica il lato essere 100. per venire in cognitione della subtensa, cercaremo quale è quella quantità, che diuisa secondo la proportione hauente il mezo, & dui estremi, hà per sua maggior parte 100. Et potremo seruendoci dell'Algebra, ò Regola della Cosa, ponere, che essa quantità sia 1 ꝛ. della quale la maggior parte essendo 100. la minore restarà, ò sarà 1 ꝛ meno 100. & questa moltiplicata via la totale quantità 1 ꝛ, produce 1 ȥ. meno 100 ꝛ il che è eguale a 10000. (quad. di 100. parte maggiore) onde accomodato il m̄, haueremo 1 ȥ eguale a 100 ꝛ p̄ 10000, & però la ꝛ (che e la quantità cercata) valerà rad. 12500. p̄ 50. E cosi cōcluderemo, che quando il lato del pentagono e 100. all'hora la subtensa a dui lati d'esso e rad. 12500. p̄ 50. cioe alquanto più di $161\frac{179}{223}$. ma non arriua a $161\frac{179}{222}$. E volendo trouare in esso pentagono equilatero, & equiangolo, quanto sia la sua altezza l o; quale e perpendicolare al lato a b 100. & che lo sega per mezo (operando come si vede) conosceremo ella essere rad. L. 12500. p̄ rad. 125000000⅂. cioe quasi $153\frac{8}{9}$. ò vogliamo dire e più di $153\frac{88\frac{1}{3}}{100}$, ma non arriua a $153\frac{88\frac{1}{2}}{100}$ cioe e piu di $153\frac{52}{60}$. ma non arriua a $153\frac{177}{200}$.

E volendo sapere nella linea, ò altezza l o, del pentagono, quanto e la parte l s, segata dalla subtensa i h; & quanto e la s o, imaginando tirata ancora la subtensa l b; sapremo per la 8. del 13. d'Euclide, che esse due subtense i h, & l b; si segano fra loro in x; secondo la proportione hauente il mezo, & dui estremi, & che la maggior parte di ciascuna d'esse e eguale al lato pentag. & però e 100. Ancora perche la i h, e equidestante alla a b, lato, ò base del pentagono, sapremo, che cōsiderato il triangolo rettangolo l o b, nel quale la s x, equidestante alla base o b, sega i lati l o, l b che essi (per la 2. del sesto) sono segati proportionalmente, cioe che le parti della l o, hanno frà loro, & alla l o, le proportioni, che hanno le parti della l b, fra loro, & ad essa l b, onde anco la l o; verrà ad essere segata in s, secondo la proportione hauente il mezo, & dui estremi; Et se mediante questa cognitione vorremo trouare distintamente l's, & s o; potremo (seruendoci della Regola del tre) dire. Se'l b totale rad. 12500. p̄ 50. hà per sua maggior parte x b, 100. la l o, totale radice L. 12500. p̄ rad. 125000000⅂. che hauerà per sua maggior parte s o? Et operando trouaremo detta s o, essere rad. L. 6250. p̄ rad. 78125000⅂. Et però la restante l s sarà rad. L. 6250. meno rad. 78125000⅂. E se le vorremo nominare per numeri rationali propinqui al vero, potremo dire, che s o. sia $95\frac{1056}{10000}$. & alquanto più, ma non arriui a $95\frac{1057}{10000}$. Et l s, sia $58\frac{778}{1000}$. & alquanto più, ma non arriui a $58\frac{779}{1000}$.

Ancora per trouare l s, da principio sapendo l b, essere rad. 12500. p̄ 50, & x b 100, & che però l x, sarà rad. 12500. meno 50. Si potria dire. Se di l b, rad. 12500. più 50, la parte minore l x, e rad. 12500. meno 50. di l o, rad. L 12500. p̄ rad. 125000000. L. la parte minore l s, quanto sarà? E trouaressimo pure essa l s, douere essere rad. L. 6250. me. rad. 78125000. L.

Ouero mediante s h, & l h, nel triangolo rettangolo l s h, cauando il quad. di s h, dal quadr. di l h, trouaremo (& sarà il restante) il quadr. di l s, & però anco essa l s.

Ouer nel Capotagliato o b, h s, mediante i tre lati o b, b h, & h s, trouaremo l'altro lato o s, che considerato la b t, equidistanta, & però eguale alla o s, nel triangolo rettangolo b t h, mediante h l noto 100. lato del pentagono, & t h, che è il restante di s h, nota, cauatone s t, eguale alla a

haue-

a b 100 o b 50, l b rad. 12500. p̃. 50.
quad. di l b 15000. p̃ rad. 125000000.
quad. di o b. 2500.

quad. di l o 12500. p̃ rad. 125000000

. . . . .

1 1 1 8 0

400

17900

$11180\frac{7600}{22361}$, & più
ma non arriua à $11180\frac{7600}{22360}$

12500

Cioè il quad. di l o è $23680\frac{7600}{22361}$, & più
ma non arriua a $2368\frac{7600}{22360}$
però l o sarà r. L. 12500. p̃ rad. 125000000 ⅂
cioè rad. $23680\frac{7601}{22361}$, & più, ma manco
. . . (di rad. $23680\frac{7600}{22360}$

1 5 3

Cioè man. di $153\frac{271}{306}$, ma p̃ di $153\frac{271\frac{1}{3}}{307}$
il che è alquanto manco di $153\frac{8}{9}$ $\frac{8}{9}$. sono $\frac{88\frac{8}{9}}{100}$
$153\frac{8}{9}$
via $153\frac{8}{9}$

2448

$272\frac{61}{84}$
23409

$23681\frac{64}{81}$
ch'è più del douere

poniamo hora
$153\frac{88\frac{1}{2}}{100}$
via $153\frac{88\frac{1}{2}}{100}$

$270\frac{81}{100}$
23609

$23680\frac{23729}{40000}$

produce $23680\frac{23729}{40200}$.
che é più del douere.

177

200
177
153

27081
31329
40000
324

Poniamo hora $153\frac{88\frac{1}{3}}{100}$ Questo è $\frac{1}{6}$. di 100. esimo māco del sup. $153\frac{88\frac{1}{2}}{100}$ però il quad. di questo è 153 & 153. cioe 306. sesti di 100. esimo, cioè $\frac{306}{600}$. māco del quad. de superiore (oltre il dutto della somma delli dui rotti $\frac{88\frac{1}{2}}{100}$. & $\frac{88\frac{1}{3}}{100}$, via $\frac{1}{6}$. 100. esimo detto) Onde cauato $\frac{306}{600}$ cioè più d'$\frac{1}{2}$. da $23680\frac{23729}{40000}$. rest. mā di $3682\frac{3729}{40000}$. il che è man. di $23680\frac{7600}{40000}$.

però $153\frac{88\frac{1}{3}}{100}$. non arriua alla vera lunghezza di l o.

l b rad. 12500 p̃ 50.) da 100.) che dara
l o rad. L 12500. p̃ rad. 125000000 ⅂
rad. 125. p̃ 5    10
rad. 5. p̃ 1    2
fā 4. cioè 2. 1. via rad. 5. m̃ 1. via r. 5. m̃ 1
rad. 20. in rad. 7812500.    rad. L 3125. p̃ r. 7812500 ⅂
rad. 390625. via r. L 6. m̃ r. 20 ⅂

. . .

18750. m̃ r. 156250000.

entra volte 6 2 5

m̃ 1 2 5 0 0

306

6225

Però 6. volte rad. 7812500. è quanto 3750. volte rad. 20. perilche rad. 20. via 3125. p̃duce 625. volte rad. 20. manco che 6. via rad. 7812500. però 6. via rad. 7812500. (& è p̃) supera rad. 20. via 3125. (& è m̃.) da cauare da quel più) in 625. via rad. 20. che fa rad 390625. via rad. 20. cioe rad. 7812500. Il p̃dotto sara r. L 6250. più r. 7812500. ⅂. & questo e 50.

. . . .

2 7 9 5

5225

28400

$2795\frac{475}{5591}$, & p̃
manco di $2795\frac{475}{5590}$
$95\frac{1056}{10000}$
200640
$20\frac{640}{1000}$, & il □. del rotto di più, che e poco piu d'$\frac{1}{100}$
onde non arriua a $\frac{750}{1000}$, che e poco.

Cioe rad. $9045\frac{475}{5591}$, & più, ma non arriua a rad. $9045\frac{475}{5590}$.

. . .

9 5

945

cioe $95\frac{20}{100}$, & più
$95\frac{1057}{1000}$
200830
$20\frac{830}{10000}$, & il quad. del rotto. che e poco più d'$\frac{1}{100}$. onde passa $20\frac{93}{100}$, che e troppo.
Però 50. sara più di $95\frac{1056}{10000}$. ma non arriuara a $95\frac{757}{1000}$.

Perche b x, e eguale alla b h, nel triangolo equicrure b x h, conosciamo, che la perpendicolare b t, cade in mezo alla base b x, però h t, e eguale alla t x, Et considerati li dui triangoli rettangoli b t x, & l s x; perche di più l'angolo t x b, e eguale al suo opposito s x l, essi triangoli sono simili, come per ciò e anco simile il b h t, all'l x s; onde da b h ad l x, e come da h t, ad x s, & da b t, ad l s; ma tanto e t x, quanto h t, & tanto e o s, quãto b t, però da t x ad x s, sara come da o s, ad l s, & cōgiūtamente da t s ad x s, come da o l, ad l s, & t s, a t x, come o l ad o s, ma o l e diuisa secōdo la propor. hauente il mezo, & dui estremi in s, & la sua maggior parte e o s, però ancora t s sara diuisa in x, nella proportione hauente il mezo, & dui estremi, & la sua maggior parte sara x t; Et perche ad s t, diuisa in x, secondo la proportione hauēte il mezo, & dui estremi e giūto per il diritto la t h, eguale alla sua

maggior

maggior parte sarà la primiera s t, Et è ben conueniente, che se di tutta la subtensa i b; diuisa secondo la proportione hauente il mezo, & dui estremi la sua maggior parte è il lato del pentagono (poniamo a b) che ancora della mità d'essa subtensa, cioè di s h; diuisa secōdo la istessa proportione l a sua maggior parte sia similmente la mità del lato del pentagono (poniamo o b) al quale è eguale la s t.

b, nota essere 50, cauando il quad. di t h, dal quad. di h b, il restante sarà il quad. di b t; per il che haueremo nota essa b t, & perciò la o s; à lei eguale.

Ouero, perche l o, è diuisa in s; secondo la proportione hauente il mezo, & dui estremi, così come anco è la l b, in x; Et d'vna linea da diuidersi in tal modo la maggior parte si troua, giongendo il quad. della linea totale al quad. della sua mità (qual quad. della sua mità è sempre la quarta parte del quad. della totale linea) & della somma cauarne la mità della totale linea; noi al quad. di l o, che è 12500. p̄ rad. 125000000. & giongendo la sua 4. parte, che è 3125. p̄ rad. 7812500. cioè qui ncuplando questo 3125. p̄ rad. 7812500. che fà 15625. p̄ rad. 195312500. & della rad. d questa somma cauandone la mità di l o, il restante, quale è rad. L 15625. più rad. 195312500. L. m̄. rad. L. 3125. più rad. 7812500 ⅂. Cioè rad. L 6250. più rad. 7812500 L. sarà la maggior parte s o, & la minore l s, che resta sarà il resto, cioè rad. L. 6250. m̄ rad. 7812500 L.

Da rad. L 15625. p̄ rad. 195312500. L.

per cauarne rad. L. 3225. p̄ rad. 7812500. L. Questa in quella entra rad. 5. volte, però nel restante entrarà vna volta manco, cioè volte rad. 5. m̄ 1. Onde moltipl. questa per rad. 5. m̄ 1. cioe per rad. L 6. m̄ rad. 20. il prodotto quale e rad. L. 6250. p̄ rad. 812500 L. sarà il restanre cercato.

N R

s o. rad. L. 6250. più rad. 7812500 L. da cauare da l o, rad. L 12500. più rad. 125000000.

via rad. L. 6250. m̄ rad. 7812500. L. suo residuo. via rad. L. 6250. m̄ rad. 7812500 L.

n r

39062500

m̄ 7812500

℞. L. 312500. L. è il prodotto partitore

℞ L. ℞. 976562500000000. L

prodotto rad. L. 46875000. p̄ rad. 1220703125000000 L. da par.

$1\frac{1}{3}\,\frac{5}{1}\,\frac{6}{2}\,\frac{2}{5}\,\frac{5}{0}\,\frac{0}{0}\,\frac{0}{0}\,\frac{0}{0}$. rad. $1\frac{2}{9}\,\frac{4}{7}\,\frac{4}{6}\,\frac{1}{5}\,\frac{4}{6}\,\frac{0}{2}\,\frac{6}{5}\,\frac{2}{0}\,\frac{5}{0}\,\frac{0}{0}\,\frac{0}{0}\,\frac{0}{0}\,\frac{0}{0}\,\frac{0}{0}\,\frac{0}{0}$.

ne viene rad. L. $1\frac{1}{2}$. p̄ rad. $1\frac{1}{4}$ L. Cioè rad. $1\frac{1}{4}$. p̄ $\frac{1}{2}$.

78125000

m̄. 31250000

46875000

390625

m̄ r. 976562500000000

m̄ 3 1 2 5 0 0 0 0

1556

31225

da $2\frac{1}{4}$

cauato $1\frac{1}{4}$

resta 1. che la rad. è 1, & la sua mità $\frac{1}{2}$. quale giōta, & cauata à $\frac{3}{4}$. (mità d' $1\frac{1}{2}$) fà $1\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{4}$. Et le rad. di queste sono ra. $1\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{2}$. però la rad. d' $1\frac{1}{2}$. più rad. $1\frac{1}{4}$. è ra. $1\frac{1}{4}$. p̄ $\frac{1}{2}$. cioè tanto è rad. $1\frac{1}{4}$. più $\frac{1}{2}$. quāto rad. L. $1\frac{1}{2}$. p̄ rad. $1\frac{1}{4}$ L. p ilche s o, in l o, entra volte rad. $1\frac{3}{4}$ p̄ ra. $\frac{1}{2}$. ella dūque entrarà nel restāte, che nasce a cauare s o, da l o, cioè in l s, volte 1. di māco cioè volte rad. $1\frac{1}{4}$. m̄ $\frac{1}{2}$. Onde moltiplicando s o, via rad. $1\frac{1}{4}$. m̄ $\frac{1}{2}$. il prodotto sarà l s.

s o. rad L 6250. più rad 7812500 L.

via rad. L. $1\frac{1}{2}$. m̄ rad $1\frac{1}{4}$ L.

3125 1953125

m̄ rad. 9765625

m̄. 3125

1556

32225

prodotto rad. L 6250. m̄ rad. 7812500 L.

& questo è la l s.

r, entra in R. volte r. 16. cioè 4. volte, & n in N entra 2. volte, & questo 2. in 4, entra 2. volte, però il dutto di n, via R, (& è p̄) è doppio al dutto di N, via r (& è m̄) onde à cauare il dutto di N. via r, dal dutto di n. via R, restarà quanto è il dutto di N. via r, & sarà più, ò vogliamo dire restarà la mità del dutto di n, in R.

rad. 125000000

via 6250

78125

prodotto rad. 488281250000000

la mità è rad. 122070312500000

Nel moltiplicare $1\frac{1}{2}$. via più rad. 7812500. & 6250. via m̄ rad. $1\frac{1}{4}$. che farà m̄, quale per esser maggiore del dutto d' $1\frac{1}{2}$. via più rad 7812500. conuerrà da questo prodotto m̄, cauarne quel prodotto più, & il restante sarà m̄; Potremo considerare, che 6250. cioè rad. 39062500. contiene

C rad.

rad.7812500. volte rad. 5. & però che a moltiplicare 62500, via rad. $1\frac{1}{4}$. facci volte rad. 5. via R. $1\frac{1}{4}$. cioè volte rad. $6\frac{1}{4}$. che è volte $2\frac{1}{2}$. quanto rad. 7812500. Onde di questo cauandone l'altro prodotto di volte $1\frac{1}{2}$. rad. 7812500. douerà restare solo volte 1. rad 7812500. & però da esse due moltiplicationi poste insieme, ne resultarà m̃ rad. 7812500.

l s. rad. L 6250. m̃ rad. 7812500 L.

$2795\frac{475}{5591}$. & più

cioè rad. L $3454\frac{5116}{5591}$ L, & manco $2795\frac{475}{5590}$. & manco

cioè rad. L. $3454\frac{5115}{5596}$. L. & più

l s, si troua essere $58\frac{778}{1000}$. & più, ma che nõ arriua a $58\frac{779}{1000}$

s o si troua essere $95\frac{1056}{10000}$, & p̃, ma nõ arriuare à $95\frac{1157}{10000}$

però l o, saria $153\frac{8836}{10000}$. & p̃, ma non arriu. a $153\frac{8847}{10000}$

58

954

90

$58\frac{90}{116}$ L, & più

$58\frac{778}{1000}$.

4668

8558

605264

$90\frac{852264}{1000000}$

Et si può pire, che è più di $58\frac{778}{1000}$. ma non arriua a $58\frac{779}{1000}$

4674

8569

606841

$90\frac{970841}{1000000}$

I quali termini sono anco più propinqui di quelli dati ad essa l o, di sopra, quando da principio la trouammo essere $153\frac{53}{60}$. & più, ma non arriuare a $153\frac{177}{200}$. che è quanto a dire ella esser' $153\frac{86233\frac{1}{3}}{100000}$ & più ma non arriuare a $153\frac{8850}{10000}$. Et anco potiamo vsando conueniente diligenza andarci continuamente approssimando al vero incognito, nel nominare per numeri propinqui al vero queste linee irrationali.

Onde nel pentagono equilatero, & equiangolo, che sia 100. per lato.
La subtensa a dui lati l b, sarà rad. 12500. più 50.
L'altezza l o, sarà rad. L 12500. più rad. 12500000. L.
*La* parte l s, superiore verso la cima del pentagono segata dall'altra subtẽsa i h, sarà rad. L 6250. meno rad 7812500 *L.*
Et la parte inferiore s o sarà rad. *L.* 6250. più rad. 7812500. *L.*
*La* parte superiore l x, della subtensa l b segata dall'altra subtensa i h, sarà rad. 12500 m̃ 50.
E la parte inferiore x b, che e sempre eguale al lato del pentagono sarà 100.
Et quando il lato del pentagono fusse solo la quinta parte di 100, cioe 20. all'hora le linee dette ad vna, ad vna, sariano la quinta parte delle quantità dette, Cioe

| | | | |
|---|---|---|---|
| lato, a b 20. | Essendo il lato del pentagono 4. saranno | | |
| subtensa l b, rad. 500. più 10. | l b | rad. 20. più 2. | |
| sua parte l x, rad. 500. m̃ 10 | l x | rad. 20. m̃ 2. | |
| altra parte x b. 20. | x b | 4. | |
| altezza l o R. *L.* 500. piu rad. 200000. *L.* | l o | rad. *L.* 20. p̃ rad. 320. *L.* | |
| sua parte l s, rad. *L,* 250. m̃ rad. 12500. *L.* | l s | rad. *L.* 10. m̃ rad. 20. *L.* | |
| altra parte s o. rad. *L.* 250 più rad. 12500. *L.* | s o | rad. *L.* 10. più rad. 20. *L.* | |

Hora, accioche gl'amatori della scienza restino in ciò intieramente sodisfatti, mostrarò come con modo certo, & conueniente si possa facilmente formare il pentagono equilatero, & equiang. sopra ad vna data retta linea. Et insieme mostrarò come dalle operationi Aritmetiche, ò Algebratiche possa l'accorto studente con facilità deriuare il modo dell'operare in linee, ò vogliamo dire il modo d'essequire i problemi proposti, Geometricamente, onde si auederà, che dalla eccellenza dell'operare nelli numeri, ne nascerà il modo d'operare nelle linee; Et così tanto più douentarà desideroso di farsi asperto nelli numeri, che sono l'anima delle dottrine. Auerta dunque che noi ponendo, che il lato del pentagono equilatero, & equiangolo fusse 100. trouassimo, che la subtensa a ciascuno de' suoi angoli, ò vogliamo dire a dui lati d'esso, quali si voglino, saria radice 12500. più 50. però se sapessimo trouare la linea, che conuenga a detta rad. 12500. più 50. quãdo alla a b, proposta base del pentagono conuenga il 100. Cioe se data la a b lato del pentagono sapremo trouare vna linea, che ad essa a b, habbi la proportione, che ha rad. 12500. piu 50. a 100 (ò vogliamo dire (riducendo essa proportione a termini minori) che ha rad. 5. piu 1. a 2.) essa linea

nea da trouare sara la subtensa a ciascun angolo del pentagono. Onde considerando, che nella
operatione numerale, doue hauessimo 1 ℨ, eguale a 100 ✝. piu 10000. con la occasione del
cercare la subtensa all'angolo del pentagono equiangolo, che habbi 100. per lato; si diuise
(conforme alla Regola del Capitolo di ℨ. eguale a ✝, & numero) il 100. numero delle ✝, che e
sempre il numero del lato del pentagono, per mezo, & al ☐ d'essa mità si giunse il 10000. nume-
ro della equatione accompagnato alle ✝, che e sempre il ☐ del 100. numero del lato del penta-
gono, & della somma si prese la rad. quadra; & ad essa radice si giunse poi la mità del numero del
le ✝, che e sempre la mita del numero del lato del pentagono, & la somma fù il valore della ✝.
cioe la quantita della cercata subtensa; Conosceremo che se al ☐ della mita del lato del penta-
gono, giongeremo il ☐ del lato totale, & alla rad. della somma (cioe al lato del ☐, che fusse egua
le a detta somma, ò vogliamo dire eguale a detti dui quadrati. O vogliamo dire se alla linea po-
tente nel lato del pentagono, & mita d'esso lato, giongeremo la mita del lato del pentagono, il
composto resultante sara la subtensa a ciascun angolo del pentagono. Ma in linee il trouare v-
na linea, il ☐ della quale sia eguale alli quadrati di due linee proposte, o vogliamo dire a dui ☐
proposti si fa mediante la penultima del primo d'Euclide, accommodando le due proposte in mo
do, che formino angolo retto, & all'hora la linea retta a dette due sottotendēti, ò opposita a det
to angolo retto (cioe che insieme con le due dette forma vn triãgolo) e il lato del quadrato egua
le alli quadr. d'esse due linee; Onde se a questa retta cosi trouata giongeremo in diretto la mita
del lato del pentagono, ò vogliamo dire il lato minore del triangolo rettangolo, la linea totale
cosi trouata, sarà il binomio composto dalla mita del lato del pentagono, & dalla linea potente
nel lato totale, & mita d'esso lato, cioe questa sara la rad. 12500. piu 50. quando il lato del penta-
gono sia 100. (o vogliamo dire sara la rad. 5. piu 1. quando il lato del pentagono sia 2.) & per ciò
essa linea sarà la subtensa a ciascun'angolo del pentagono, onde sopra il lato dato del pentagono
formato vn triangolo, ciascuno de' dui lati del quale sia eguale alla linea trouata, & per cio che
ciascuno de' dui lati d'esso sia la conueniente subtensa a gli angoli del pentagono, & poi sopra a
ciascuna d'esse due subtense, come sopra a due basi, formati dui triangoli tali, che ciascuno de'
suoi dui lati, sia eguale al dato lato del pentagono, si sara formato il pentagono equilatero, &
equiangolo, che si ricerca. E si potra percio a questo problema dare la Regola detta. cioe.

## PROBLEMA.

Sopra ad vna data linea retta, formare vn Pentagono equilatero, & equiangolo.

## REGOLA.

Alla data retta si accõpagni ad angolo retto in vna delle sue estremita la mita d'essa retta, &
tirata la subt. a questo angolo retto dall'altra estremita della data, all'altra estremita del-
la mita accompagnatali, questa subtensa (che sara la potente in dette due data totale, & mita
d'essa data) si allunghi per il diritto, tanto quanto e la mita della data, che il composto sara la lun
ghezza della linea sottotendente a dui lati del pentagono da formarsi. Ouero (che resulta l'istes-
so) tirata, o imaginata la subtensa all'angolo retto detto, si allunghi la mita del lato del penta-
gono dalla parte doue ella fa angolo con questa subtensa, tanto quanto e la lunghezza di questa
subtensa, che il composto sara la lunghezza della linea sottotendente a dui lati del pentagono da
formarsi; Dipoi sopra la retta data per lato del pentagono si formi vn triangolo, ciascuno de'
dui lati del quale sia eguale alla subtensa a dui lati del pentagono trouata; Et vltimamente so-
pra a ciascuna di queste due subtense, o lati del triangolo formato, si formi vn triangolo, ciascu-
no de' dui lati del quale sia eguale al lato dato del pentagono, che cosi essi dui, & dui lati vltima-
mente tirati, insieme con la retta, o lato dato, formaranno il pẽtagono equilatero, & equiang so-
pra la retta data. *La causa e*, che la linea composta come s'e detto, viene a comporsi, & dal-
la mita del lato del pentagono, & dalla linea potente nella mita del lato, & lato totale, & pero
e eguale alla subtensa a dui lati, o a ciascun'angolo del pentagono da formarsi sul lato detto, per
quello, che si e mostrato di sopra; onde sopra la data lato del pentagono, hauendo formato vn
triãgolo, ciascuno de' dui lati, del quale e guale a detta subtensa, ne segue, che il punto, doue elle
si congiungino sia la vera sommita del pentagono, cioe il punto perpendicolarmente lontanissi-
mo dal lato dato d'esso; & che li dui angoli delli dui triãgoli di lati eguali alla retta data lato del
pentagono formato sopra à queste due eguali subtense, siano eguali fra loro, & siano angoli di
pentagono equiangolo; & per cio il totale pentagono formato da essi 4. lati, & dal dato sara equi
latero, & aquiangolo.

ESEM-

## E S E M P I O.

DAta la retta a b, per formarui ſopra vn pentagequil. & equiangolo, dall'vna eſtremità, & ſia la, ad eſſa ſi tiri la perpendicolare a n, eguale alla a g, mità della a b, lato detto; & tirata, ò conſiderata la b n, che vá dall'eſtremità b, della data a b, all'altra eſtremità n, della perpendicolare a n, ella ſi allunghi, poniamo dalla banda di n, ſino in b, dimodo, che la n b, ſia eguale alla n a, mità d[...] della data a b; Ouero (che reſulta l'iſteſſo) ſi allunghi la a n, dalla banda di n, ſino in l, di mod[...] che n l, ſia eguale alla n b; che coſi queſta a l, ouero la b h, ſarà compoſta dalla b n, & dalla mità di a b, data, & però ſara la ſubtenſa a dui lati del pentagono da formarſi ſopra la data a b; onde fatto centro il punto b, & anco il punto a, con l'interuallo di b h, ouero a l, ſi deſcriuano dui archi, che ſi interſeghino dalla parte ſuperiore di a b, & ſia in c, che coſi conſiderato il triangolo c a b, ciaſcano de' ſuoi dui lati a c, & c b, verrà ad eſſere la ſubtenſa a dui lati del pentagono da formarſi, & il punto c, ſarà la ſommità del pentagono, & poi fatto centro il punto a, & anco il punto b, ſecondo l'interuallo della data a b, ſi deſcriuano dui cerchij ſiniſtro, e deſtro, & co'l medeſmo interuallo fatto centro il punto c, ſi deſcriuano ſimilmente dui cerchij ſiniſtro, & deſtro, che ſi interſegaranno con li altri dui fatti sú i centri a b, & nel li punti t, & m, dalli quali, cioe dal t, alli punti a, & c, & dall'm, alli punti b, & c; tirate le rette t a, t c; elle inſieme con la data a b, conſtituiranno il pentagono a b, m c t, equilatero, & equiangolo.

Ancora ſe vorremo deriuare il modo di formare il pentagono equilatero, & equiangolo, dalla ſimplice demoſtratione Geometrica, potremo cõſiderare, che la ſubtenſa a dui lati del pentagono è tale (come dimoſtra Euclide nella 1 [...]. del 13. libro) che diuiſa ſecondo la proportione hauente il mezo, & dui eſtremi, la ſua maggior parte e il lato del pentagono. E di più, che ſe ad vna linea diuiſa ſecondo la proportion detta, hauente il mezo, & dui eſtremi ſi gionge la ſua maggior parte, che il compoſto, verrà ad eſſer diuiſa ſecondo l'iſteſſa proportione hauente il mezo, & duieſtremi (per la quatta del 13.) & la ſua maggior parte ſarà la linea, primieramente diuiſa ſecondo tal proportione. Onde conoſciamo, che ſe il lato del pentagono ſi diuide ſecondo la proportione hauente il mezo, & dui eſtremi, & a detto lato ſi giunga la ſua maggior parte, che il compoſto ſarà la ſubtenſa a dui lati d'eſſo pentagono. Ma il ſegare vna linea ſecondo la proportione hauente il mezo, & dui eſtremi e ſegarla in due parti tali, che il □ dell'vna (& e la maggiore, ſia eguale al rettangolo dell'altra (& e la minore) in tutta la linea. E il ſegarlo con tal conditione (per quello, che ſi caua dalla vndecima del ſecondo d'Euclide) ſi fa tirando vna perpendicolare alla data da ſegare (& chiamiamola per comodita di memoria a b) da vn termine d'eſſa, & ſia dall'a, eguale alla mita d'eſſa, & ſia queſta perpendicolare a n, & queſta allungare dalla parte del termine a, finche arriui alla egualita della linea, ò diſtanza, che dal termine n, della perpendicolare ſi tiraſſe, ò conſideraſſe tirata fino all'altro termine b, della data, & ſia tutta la linea coſi allungata la n l, che all'hora lo allungamento ſolo, cioe quello che reſta dalla n l, leuatone la n a, & e la a l, ſara eguale alla maggior parte della data a b, quando ella ſia diuiſa con tal conditione, & però quando ſia diuiſa ſecondo la proportione ha-

hauente il mezo,& dui estremi. Onde se alla b a, giongeremo questa cioe a l, allungaremo b a, verso a,(per comodita)talmente che lo allungamento,& chiamasi a h,sia eguale alla a l, compo nendosi la totale b h, questa b h sara la subtensa à dui lati del pentagono da formasi sopra la data a b,mediante la quale trouata la cima c,d'esso pentagono(che e il pũto dell'angolo del triangolo isoscele,cioe equicrure,ò vogliamo dire di dui lati,eguali ciascuno di loro à detta subtensa h b,che habbi per base la detta a b. E poi considerate le due basi a c,& bc,sopra ciascuna d'esse si formi vn triangolo,che habbi i lati eguali alla data a b,essi 4.lati,cõ la a b,formaranno sopra essa a b,il pentagono equilatero,& equiangolo,che si vuole.

Hora se paragonaremo questo modo d'operare al modo superiore cauato dalla operatione Algebratica,in ciascuno delli quali si troua principalmente la subtensa à dui lati del pentagono, conuerrà,che necessariamente la b h,dell'vno sia eguale alla b h,dell'altro, se bene sono trouate con modi diuersi;poiche ciascuna d'esse è subtensa à dui lati dell'istesso pentagono;& lo conosceremo anco facilmente;considerando che nel secondo modo Geometrico vltimamente detto,essendo la a b,eguale alla a l;& la a g,mità della data a b,eguale alla a n;ne segue, che la totale g h sia eguale alla totale n l;ma questa è eguale alla n b;però anco la g h,è,eguale alla n b; Et a questa g h,gionta la g b,mità della data a b,se ne compone tutta la b h,subtensa ; onde se anco alla l n,si giongesse la mità di a b data,come si fà nel modo primiero(che alla b n,si giunge n h)la somma di b n,& n h,saria eguale alla b h,composta dalla b a,data,& a h (eguale alla a l) aggiuntali. E cosi,vediamo,che tanto resulta à trouare la subtensa à dui lati b h,in vn modo,quanto nell'altro. Bene è vero,che quanto all'operare,pare più comodo il trouarla nel primo modo;il che tutto serua all'accorto studente,per conoscere,che mirabil dottrina è quella , che s'acquista dalla scienza de' numeri,quale da se stessa facilmente troua i modi d'esequire,& con facilità quei problemi,che à fatica esequiriano con la Geometria,anco i molti esercitati in essa.

LAVS DEO SEMPER.

---

## IN DEI NOMINE.

*Dato il lato del Pentagono potiamo ritrouare il semidiametro del Cerchio, nel quale esso pentagono si inseriua, & consequentemente sopra ad esso lato potiamo constituire il pentagono.*

NOi sapendo il semidiametro del Cerchio,ò lato dell'Esagono,che si inscriuesse nel Cerchio trouiamo il lato del pentagono da inscriuere in esso cerchio, cõ il modo mostrato da Tolomeo nel principio del suo Almag.(che è,diuiso il diametro in m n,per mezo in c,& dal centro c, eretta al diametro la perpendicolare c a,& anco diuiso il semidiametro c n, per mezo in r,& intesa la retta r a, a lei (cominciando dal pũto r)fare eguale la r s,che la c s,sarà il lato del decagono , & s a,il lato del pentagono da inscriuere nel Cerchio,che per diametro habbi la m n. Hora si domanda conuersamente,dato il lato del pentagono,come si troui il lato dell'esagono, cioè il sediametro del cerchio,nel quale esso pentagono si inseriua.

Sia a c,lato dell'esagono,ò semidiametro 10.c r 5, a r,rad. 125.v s, rad. 125.c s,sarà rad. 125. m̃.5.lato del Decagono.
suo □. 150.m̃.rad.12500.
□. di a c,100.

□. di a s,250.m̃. rad.12500. però sarà a s, lato del pentagono rad. L.250.m̃.rad.12500.L.

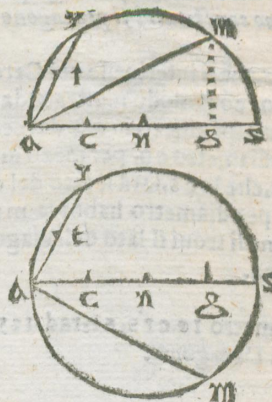
⁂ Hor sia il lato del pentagono 1. Cioè auertasi di ponere che sia la vnità,acciò subito si troui facilmente la proportione,che hà il lato dato del pentagono al semi diametro del cerchio,cioe posto il lato del pentagono vno degl'estremi,poniamo l'antecedente della proportione, sapere quale sarà lo à lui consequente semidiametro. Et attendasi bene à questa dottrina, perche è molto facile,& intelligibile nelle speculationi Geometriche.

Pono a c,semidiametro 1.ꝛ. però c r,sarà $\frac{1}{2}$.ꝛ.& a r,rad.L.1.$\frac{1}{4}$.æ. L.& cosi r s,però cauatone c r, $\frac{1}{2}$.ꝛ.resta c s,rad.L.1.$\frac{1}{4}$.æ.L.m̃.$\frac{1}{2}$.ꝛ.

Rad.L.1.$\frac{1}{4}$.æ.L.m̃.$\frac{1}{2}$.ꝛ.

□.di c ſ, 1.$\frac{1}{2}$.z m̄. rad.L.1.$\frac{1}{4}$.✱.L.
□.di a c, 1. z.

---

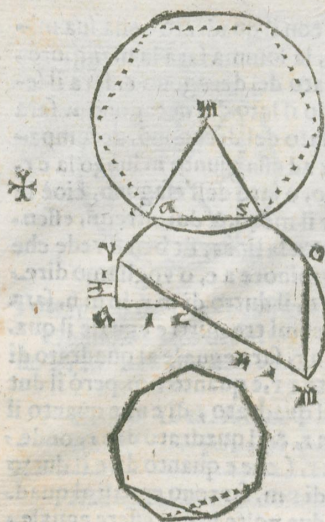
□.di a ſ, 2.$\frac{1}{2}$.z.m̄.rad.L.1.$\frac{1}{4}$.✱.L. Ma ponendoſi a ſ, lato del pentagono 1. il ſuo □. ſarà 1. però haueremo eſſa quantità eguale à detto □.d'1. cioè haueremo 2.$\frac{1}{2}$.z.m̄.rad.L.1.$\frac{1}{4}$.✱.L. eguale ad 1. Cioè 2.$\frac{1}{2}$.z.m̄.1. eguale à rad.L.1.$\frac{1}{4}$.✱.L. Cioè 6.$\frac{1}{4}$.✱.m̄ 5.z p̄.1. eguale ad 1.$\frac{1}{4}$.✱. Cioè 5.✱.p̄.1. eguale à 5.z. Cioè 1 ✱.p̄.$\frac{1}{5}$. eguale à 1.z. Onde il □.d'$\frac{1}{2}$. mità d'1. numero de z. è $\frac{1}{4}$. che cauatone il numero $\frac{1}{5}$. reſta $\frac{1}{20}$. però $\frac{1}{2}$.p̄.rad.$\frac{1}{20}$. Ouero $\frac{1}{2}$.m̄. rad.$\frac{1}{20}$. vale il z. Et la z. valerà rad.L.$\frac{1}{2}$.p̄.rad.$\frac{1}{20}$.L. Ouero rad.L.$\frac{1}{2}$. m̄.rad.$\frac{1}{20}$.L. Ma nel noſtro queſito che non può hauere ſe non vna riſpoſta (poiche il lato a ſ, del pentagono non può conuenire ſe non ad'vn circolo, che lo circonſcriua) la z. & però il lato a c, dell'eſagono ſarà la valuta maggiore, cioè rad.L.$\frac{1}{2}$.p̄ rad.$\frac{1}{20}$.L. Et così ſappiamo, che ſempre, che il lato del pentagono ſia 1. il ſemidiametro del cerchio ſarà rad.L.$\frac{1}{2}$.p̄.$\frac{1}{20}$.L. perilche ſempre, che propoſto il lato del pentagono ſapremo trouare vna retta alla quale egli (che ſi ſuppone eſſere la vnità) habbi la proportione di 1. à rad.L.$\frac{1}{2}$.p̄.rad.$\frac{1}{20}$. eſſa linea ſarà il ſemidiametro del circolo. Ma rad.$\frac{1}{20}$. è media proportionale fra 1. & $\frac{1}{20}$. Et rad.L.$\frac{1}{2}$.p̄.rad.$\frac{1}{20}$.L. è media proportionale frà la vnità, & vna retta, che ſia $\frac{1}{2}$.p̄.rad.$\frac{1}{20}$. però vediamo la regola da trouare il lato dell'eſagono, o ſemidiametro del cerchio mediante il lato del pentagono da inſcriuerli in eſſo cerchio potere eſſere la ſeguente. Regola fra il lato del pentagono, & l'$\frac{1}{20}$. d'eſſo ſi troui la media proportionale, ouero per maggior comodità (poiche $\frac{1}{20}$. d'eſſo lato ſaria molto piccola linea da adoprare, & però potremo pigliare ſolo l'$\frac{1}{5}$. col quale ſi trouarà rad.$\frac{1}{5}$. la mità poi della quale è la rad.$\frac{1}{20}$. che ci biſogna) fra il lato del pentagono dato, & l'$\frac{1}{5}$. d'eſſo ſi troui la media proportionale alla mità della quale ſi giunga in lungo la mità del lato dato, & fra il compoſto, & il lato dato ſi troui la media proportionale che eſſa ſarà il ſemidiametro cercato. Ma con vn ſolo cerchio ſi può fare tutta la operatione come ſi vede. Ouero con vn mezo cerchio. Si può dunque dire. Sopra al dato lato a ſ, come ſopra à diametro ſi formi vn mezo cerchio, poi preſo a c, quinta parte d'a ſ, ſe gli erga la perpēdicolare c r, & dall'r, all'a, ſi tiri, o ſegni la retta r a, la mità della quella, & ſia a t ſi aggiunga verſo s, alla a n, mità di a s, & ſia la n g, poi dal punto g, alla a g, ſi tiri la perpendicolare g m, & dal punto m, tirata la m a, ella ſara il ſemidiametro. Hora mediante queſta m a, volendo ſopra alla a s, formare il pentagono, noi ſopra ad eſſa a s fatto il triangolo equicrure di lati eguali alla a m, la ſua cima m ſarà il centro del cerchio, che formato col ſemidiametro a m, il lato a s vi capirà intorno alla circonferenza cinque volte preciſe.

a s lato dato
a c $\frac{1}{5}$.
a r rad.$\frac{1}{5}$.
a t rad.$\frac{1}{20}$
a n $\frac{1}{2}$.n g.rad.$\frac{1}{20}$.
a g $\frac{1}{2}$.più rad.$\frac{1}{20}$.
a m rad.L.$\frac{1}{2}$.p̄ radice $\frac{1}{20}$ L.

## *PROBLEMA.*

Dato il lato del decagono, ritrouare il lato del pentagono, che ſi inſcriueſſe nell'iſteſſo cerchio, cioè la ſubtenſa à dui lati del decagono, & conſequentemente formare l'angolo del decagono, & continuarli formando il decagono ſu'l lato dato.

Hora in linee, hauendo il lato del decagono, per trouare la ſubtenſa a dui lati, & formare vno de duoi angoli per continuarli poi, & formare il decagono, noi formaremo la linea rad.L.2.$\frac{1}{2}$.p̄. rad.1.$\frac{1}{4}$.L. mediante la vnita lato dato del decagono; che la rad.1.$\frac{1}{4}$. è la potente nel quadrato dell'vnità, & di meza vnita; & a queſta gionto in lūgo vnita 2.$\frac{1}{2}$. & fra la ſomma 2.$\frac{1}{2}$.p̄. rad.1.$\frac{1}{4}$. & la vnita tolta la media proportionale ella ſarà la rad.L.2.$\frac{1}{2}$.p̄. rad.1.$\frac{1}{4}$.L. ſubtenſa a dui lati del decagono.

Et ſapendo noi il modo ſopradetto dato da Tolomeo per trouare il lato del decagono, & il lato del pentagono da inſcriuere in vn cerchio propoſto; ſe vorremo andare inueſtigando il naſcimento d'eſſi, potremo conſiderare che Euclide nella 5. propoſitione del 13. libro, dimoſtra,

che

Si domanda volendo, che il lato del decagono ſia 1. quanto ſarà il lato del pentagono

Eſſendo il lato del decagono ℞. 125. m̃. 5. | Il lato del petagono è

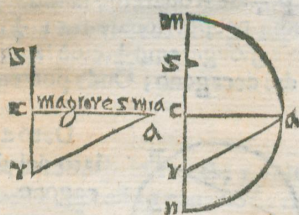
rad. L. 250. m̃ rãd. 12500. L.

Rad. 5. m̃. 1. | rad. L. 10. m̃. rad. 20. L.

Rad. 5. p̃. 1. rad. L. 6. p̃. rad. 20. L.

Partitore 4. | rad. L. 40. p̃. rad. 320. L.

rad. L. 2. $\frac{1}{2}$. p̃. rad. 1. $\frac{1}{4}$. L. ſara il lato del pentagono, cioè la ſubtẽſa a dui lati del decagono, quando il lato del decagono ſia 1.

che ſe vna retta ſia diuiſa ſecondo la proportione hauante il mezo, & dui eſtremi, & ad'eſſa ſia giunto in lungo la ſua maggior perte, tutto il compoſto ſara vna linea pure diuiſa ſecõdo la proportione hauente il mezo, & dui eſtremi, & la maggior parte d'eſſa ſarà la pri. linea diuiſa. Et il diuidere vna linea ſecõdo detta proportione, è diuederla in modo, che il quad. della maggior parte ſia eguale al dutto della minore in tutta la linea; il che ci inſegna di fare Euclide nella 11. del 2. cioè data c a, per diuiderla talmente, ad eſſa accompagnata ad angolo retto la ſua mita c r, & tirata la ſubtenſa r a, & a lei fatta eguale la r ſ, all'hora la c ſ, eſteriore ſarà eguale alla maggior parte della c a, diuiſa con tal proportione, & però la minore ſara la ſ a, Quando dunque Tolomeo nel ſemicircolo poſto in margine diuide c n, per mezo in n, & tira r a, ſottotendente all'angolo retto r c a, & poi ſegna la r ſ, eguale alla r a, egli viene a punto ad eſequire la operatione ſuperiore, & perciò à diuidere c a, ouero c n, a lei eguale, ſecondo la proportione hauente il mezo, & dui eſtremi, la maggior parte della quale deue eſſere eguale alla c ſ, & perche alla parte maggiore c ſ, gionto la linea diuiſa c n, tutta la n ſ, viene ad eſſere anc'ella diuiſa ſecondo tal proportione, & la ſua parte maggiore viene ad eſſere la n c, prima linea gia diuiſa eſſend'hora la parte minore la c ſ, che prima era la maggiore, ſapendoſi poi come dimoſtra Euclide nella 9. del 13. che quando vna retta è diuiſa ſecondo la proportione detta, la parte maggiore d'eſſa e il lato dell'eſagono, & la parte minore e il lato del decagono inſcritte in vn'iſteſſo cerchio, vediamo che per eſſere n c, ſemidiametro del cerchio, lato dell'eſagono da inſcriuerſi e neceſſario che c ſ, ſia il lato del decagono. Et perche Euclide nella 10. del 13. ci inſegna che giunti inſieme ad'angolo retto il lato dell'eſagono, & il lato del decagono inſcritti in vn'iſteſſo cerchio la ſubtenſa a detto angolo retto e il lato del pentagono, che ſi inſcriueſſe in eſſo cerchio (il che tanto e quanto a dire che il lato del pentagono e la potente nel quadrato del lato dell'eſagono, & nel quadrato del lato del decagono, che ſi inſcriueſſero tutti tre in vn'iſteſſo cerchio) conoſciamo che tirata poi la ſubtenſa ſ a, all'angolo retto ſ c a, del quale la c a, ſemidiametro e lato dell'eſagono, & la c ſ, e lato del decag. e neceſſario che eſſa ſ a, ſia il lato del pentagono da inſcriuere nel medeſmo cerchio.

## PROBLEMA.

Dato il lato del decagono, ritrouare il ſemidiametro del cerchio nel quale eſſo decagono ſi inſcriua, & conſequentemente ſopra eſſo lato dato conſtituire il decagono.

Il lato del decagono, & il lato dell'eſagono inſcritti in vn'inſteſſo cerchio, gionti inſieme formano vna retta diuiſa ſecondo la proportione hauente il mezo, & dui eſtremi, che la maggior parte d'eſſa è il lato dell'eſagono, & la minore è il lato del decagono, onde dato il lato del decagono, per trouare il lato dell'eſagono, cioè il ſemidiametro del cerchio nel quale eſſo decagono ſi inſcriua, conuien trouare la maggior parte d'vna linea retta diuiſa ſecondo la proportione hauente il mezo, & dui eſtremi, della qual retta il lato dato del decagono ſia la minor parte; Cioè mediante la minor parte, conuien trouare la maggiore, Il che (come ſi eſtrahe della operatione

Algebratica) si fa giongendo il quadrato d'essa parte minore data con il quadrato della sua mita, & alla rad. e della somma gionta la mita d'essa parte minore data, la somma sara la maggiore, & però sarà il semidiametro del cerchio cercato, onde essendo il lato del decagono 6. sara il semidiametro del cerchio rad. 45. p̄. 3. Ouero (schisando per 3.) essendo il lato del decagono 2. sara il semidiametro del cerchio rad. 5. p̄. 1. Et in linea, essendo a c, il lato del decagono, accompagnatoli ad angolo retto la sua mità a n, & tirata la subtensa n c, & ad essa giunto in lungo la c r, eguale alla mità di a c, tutta la n r, sara il semidiametro del cerchio, ò lato dell'esagono, cioè la parte maggiore d'vna linea diuisa secondo la proportione hauente il mezo, & dui estremi, essendo la minore la a c, & però il composto di a c, & n r, & sia la n m, tutta la linea; Et ben si vede che il quadrato della parte maggiore n r, e eguale al dutto della parte minore a c, o vogliamo dire r m, in tutta linea n m; perche considerata m n, diuisa in m r, r c, & c n, il dutto di m r, in m n, sara eguale alli tre dutti di m r, in se stessa, & in r c, & in c n; ma alli medesimi tre dutti e eguale il quadrato di n r, perche intesa n r, diuisa in n c, & c r, il quadrato d'essa n r, sara eguale al quadrato di n c, al quadrato di c r, & al dutto di c r, due volte in n c, ma due volte c r, e quanto r m, però il dutto di r, due volte in c n, s'agualia al dutto di m r, in c n, Ancora il quadrato, di c n, e quanto il quadrato di a c, & il quadrato di a n, cioè quanto il quadrato di m r, & il quadrato di c r, onde giunto comunemente vn'altro quadrato di c r, li dui quadrati di c r, (che e quanto dire il dutto di c r, in r m, doppia ad essa c r, insieme con il quadrato di a c, cioè di r m, saranno eguali al quad. di n c, giontoli il quadrato di c r, ma già sappiamo il dutto di c r, due volte in c n, essere eguale al dutto di r m, in n c, però conosciamo che il quadrato di n c, con il quadrato di c r, & il dutto di c r, due volte in c n, cioè il totale quadrato della n r, parte maggiore detta, essere eguale al dutto di m n, in m n, & r c, & in c n, cioè al dutto, totale di r m, ouero a c, parte minore in n m, linea totale.

Sia a c, parte minore d'vna retta diuisa secondo la proportione hauente il mezo, & dui estremi 6 domando la maggiore.

Pono sia 1. x. tutta la retta sara 1. x. p̄. 6. che dutta nella minor parte 6. fa 6. x. p̄. 36 & questo e eguale ad 1. ꝫ. quad. della maggiore.

1. ꝫ. —— 6. x. p̄. 36.

3.
3.
9
36
45.

linea totale 9. p̄. rad. 45.
parte minore 6.
dutto loro, 54. p̄. rad. 1620.

parte maggiore ℞. 45 p̄. 3.
℞. 45. p̄. 3.
suo quad. 54. p̄. rad. 1620.

Rad. 45 p̄. 3. vale la x. & e la parte maggiore, ma saria rad. 1. $\frac{1}{4}$. p̄. $\frac{1}{2}$. quando la minore fusse 1.

a 3. r 3. c r —— 6 —— m
3 n 3.
rad. 45.

Si vede la regola essere al quadr. della parte minor data, giongere il quad. della mita d'essa, & alla rad. della somma giungere la mita d'essa parte minore, che la somma sara la parte maggiore.

Di qui si caua il modo Geometrico di formare il decagono sopra ad'vna data retta, poniamo su la a c, che sara trouata la n m, semidiametro del cerchio, nel quale si inscriuesse cō essa sopra la a c, formato il triangolo equicrure m a c, cioè trouato il cētro m, & con il semidiametro m a, ouero m c, formato il cerchio, la a c, si segni, o porti intorno alla circonferenza che ella vi capira precise 10. volte.

Ancora sapendo, che quando il lato del decagono sia 1. il lato dell'esagono, o semidiametro e rad. 1. $\frac{1}{4}$. p̄. $\frac{1}{2}$. noi sempre dato il lato del decagono mediante esso inteso per l'vnita, potremo trouare il lato dell'esagono inteso essere rad. 1. $\frac{1}{4}$. p̄. $\frac{1}{2}$. Se trouaremo la rad, 1. $\frac{1}{4}$. che e media proportionale fra 1. $\frac{1}{4}$. & 1. & ad essa giongeremo $\frac{1}{2}$. cioè la mita del lato del decagono; Onde potremo dire.

Dato a c, lato del decagono, ad esso poniamo verso a, si giunga in lungo la sua quarta parte, & sia a g. poi sopra a tutta la g c, si formi vn mezo cerchio, & segnata la a n, perpendicolare in a, alla g c, dal punto n, della circonferenza si tiri la retta n c, & a quella si giunga in lungo la c r, eguale alla mita di a c, che cosi tutta la n r, sara il semidiametro cercato del cerchio, che circonscriuerà il decagono equilatero de' lati eguali all'a c, dato.

Dato il lato dell'ottagono potiamo trouare il diametro del cerchio da circonscriuerli, & consequentemente sopra esso lato dato formare l'ottagono.

Noi per essercitare lo studente circa alla inuentione di quello che si propone fa-

ne faremo le seguenti cõsiderationi Nel cerchio inscritto il quadrato sia c r, suo lato 4. però c m, diametro del cerchio circonscritto li sara rad. 32. & c n, semidiametro rad. 8. c i, semilato del quadrato sara 2. & perciò sara 2. similmente n i, ad esso c i, eguale, (che nel triangolo rettangolo c i n, ciascuno de gl'angoli i n c, & i c n, e mezo retto, & perciò il triangolo e equicrure,) però i a, sara rad. 8. m̃. 2. al quadrato del quale è 12. m̃. rad. 128. gionto 4. quadrato di c i, la somma 16. m̃ rad. 128. sara il quadrato di c a, però esso c a, lato dell'ottagono sara rad. L. 16. m̃. rad. 128. L. Hor ponasi che il lato dell'ottagono sia 1. & vedasi quanto saria il lato del quadrato, & il semidiametro del cerchio.

Quando il lato dell'ottagono e rad. L. 16. m̃. rad. 128. L. | Il lato del quad. è 4. | Ma essendo il lato dell'ottagono 1. Quanto sara il lato del □.

Radice L. m̃. radice $\frac{1}{2}$. L.
Radice L. 1. p̃. radice $\frac{1}{2}$. L. 1.

Radice L. $\frac{1}{2}$. L. partitore. | Rad. L. 1. p̃. radice $\frac{1}{2}$. L.

Rad. L. 2 p̃. rad 2. L. sara il lato del □.

Quando il lato dell'ottag. e ℞. L. 16. m̃. rad. 128. L.
℞. L. 2. m̃. ℞. 2. L.
℞. L. 2. p̃. ℞. 2. L.

Rad. L. 2. L. partitore.

Il semidiametro è radice 8. | Ma essendo il lato dell'ottagono 1. quãto sara il semidiametro del cerchio.
1.

Rad. L. 2. L. p̃. rad. 2. L.

Rad. L. 1 p̃. rad. $\frac{1}{2}$. L. sara il semidiametro del cerchio.

Et ben vedremo conuersament ponendo il semidiametro del cerchio rad. L. 1. p̃. rad. $\frac{1}{2}$. L. che il lato del quadrato sara rad. L. 2. p̃. rad 2. L. & che il lato dell'ottagono sara 1.

Sia c n, semidiametro del cerchio rad. L. 1. p̃. rad. $\frac{1}{2}$. L il suo quad. è 1. p̃ rad. $\frac{1}{2}$.

La mita e $\frac{1}{2}$. p̃. rad. $\frac{1}{8}$. che e il quadrato di c i, però c i, ouero n i, sara rad. L. $\frac{1}{2}$. p̃. rad. $\frac{1}{8}$. L. che è semilato del quadrato però il doppio di questo che è rad. L. 2. p̃. rad. 2. L. sara c r, lato del quadrato.

N a, rad. L. 1. p̃. radice $\frac{2}{2}$. L.
N i, rad. p̃. $\frac{1}{2}$. p̃. radice $\frac{1}{8}$. L.

Resta a i, rad. L. $\frac{1}{2}$. m̃ ℞. $\frac{1}{8}$. L.
Il quad. di a i, e $\frac{1}{2}$. m̃. rad. $\frac{1}{8}$.
Il quadr. di c i, e $\frac{1}{2}$. p̃. rad. $\frac{1}{8}$.

La somma e 1. per c a, lato dell'ottagono.

Noi nel cauare n i, rad. L. $\frac{1}{2}$. p̃. rad. $\frac{1}{8}$. L. da n a, rad. L. 1. p̃. rad. $\frac{1}{8}$. L. habbiamo detto; n i, in n a, entra volte radice L. 2. L. cioè volte rad. 2. (perche $\frac{1}{2}$. in 1. entra 2. volte, & rad. $\frac{1}{8}$. in rad. $\frac{1}{2}$. entra medesmamente 2. volte) onde n i, in quello che resta a cauarlo da n a, entrarà 1. volta manco, però vi entrarà volte rad. 2. m̃. 1. Onde moltiplicando n i, rad. L. $\frac{1}{2}$. p̃. rad. $\frac{1}{8}$. L. via rad. 2. m̃. 1. cioè via rad. L. 3. m̃. rad. 8. L. il prodotto rad. L. $\frac{1}{2}$. m̃. rad. $\frac{1}{8}$. L. sara il restante a i, cercato il quad. del quale è $\frac{1}{2}$. m̃. rad. $\frac{1}{8}$.

Ma quando si cauasse n i, da n a, altramente, cioè dicendo che resta rad. L. 1. p̃. rad. $\frac{1}{2}$. L. m̃. rad. L. $\frac{1}{2}$. p̃. rad. $\frac{1}{8}$. L. & questo essere a i, noi moltiplicadolo in se stesso pure trouaressimo il suo quad. essere $\frac{1}{2}$. m̃. rad. $\frac{1}{8}$.

A i, rad. L. 1. p̃. rad. $\frac{1}{2}$. L. m̃. rad L. $\frac{1}{2}$. p̃. rad. $\frac{1}{8}$. L.
Rad. L. 1. p̃. rad. $\frac{1}{2}$. L. m̃. rad. L. $\frac{1}{2}$ p̃. rad. $\frac{1}{8}$. L.

1. p̃. rad. $\frac{1}{2}$.
$\frac{1}{2}$. p̃. rad. $\frac{1}{8}$.

1. $\frac{1}{2}$. p̃. rad. 1. $\frac{1}{8}$ m̃. (rad. 2. p̃. 1.) Cioè $\frac{1}{2}$. m̃ rad. $\frac{1}{8}$. e il quad. di a i,

Rad. L. 1. p̃. rad. $\frac{1}{2}$. L. via
m̃. radice L. 2. p̃. rad. 2. L.

Fa m̃. rad. L. 3. p̃. rad. 8. L cioè rad. 2. p̃. 1.

Hora sapendo che posto il lato dell'ottagono 1. sara il semidiametro del cerchio che la circonscriua rad. L. 1. p̃. $\frac{1}{2}$. L: Ouero sara il lato del quadrato che sottotendente a dui lati dell'ottagono rad. L. 2. p̃. rad. 2. L. potremo, Dato il lato dell'ottagono trouare la retta rad. L. 1. p̃. rad. $\frac{1}{2}$. L. semidiametro, & esso mediante fato il cerchio (trouando il centro mediante il triangolo equicrure, che hauendo per base l'vnità lato dell'ottagono habbi per lati il semidiametro) in esso poi continuare il lato dell'ottagono, che vi capirà a punto 8. volte. Ouero trouare la retta rad. L. 2. per rad. 2. L. subtensa a dui lati, & essa mediante formare dui lati dell'ottagono, con il suo angolo, & poi continuarli formando intieramente l'ottagono. Onde si potrà dire.

Dato il lato dell'ottagono, per trouare il semidiametro del cerchio che lo circonscriua, sopra ad esso lato, & sia ſ a, si facci a mezo cerchio, & dal centro al diametro ſ a, si tiri la perpendicolare c n, & dal punto n, doue ella sega la circonferenza, all'estremo a, si tiri la n a, ( che sara rad. $\frac{1}{2}$.) & si allunghi la ſ a, sino in t, di modo che a t, sia eguale alla a n, poi sopra alla totale ſ t, si formi vn semicircolo, & dall'a, s'erga alla ſ t, la perpendicolare a u, & dall'u, doue ella sega la circonferenza all'estremo ſ, si tiri la ſ u, quale ſ u, sara il semidiametro del cerchio (cioè rad. L. 1. p̃. rad. $\frac{1}{2}$. L.) che circonscriua l'ottagono.

Ouero.

Dato il lato dell'ottagono, per trouare la subtensa u suoi dui lati, (che e il lato del quadrato) per formare l'angolo dell'ottagono, fatto centro vn'estremo del lato dato ſ a, & sia l'a, secondo la lunghezza d'esso lato, si formi vn semicircolo, & dal centro a, eretta vna perpendicolare al diametro ſ t, sia che ella seghi la circonferenza in r, dal qual punto r, al t, intesa la retta r t, secondo la lunghezza d'essa si aggiunga al diametro ſ t, per il diretto la t n, poi sopra tutta la ſ n, si facci vn mezo cerchio, & si segni il punto m, doue la circonferenza d'esso sia segata dalla retta dutta perpendicolare al diameto dal punto a, poi dal punto m, all'ſ, tirata la ſ m, ella sara la subtensa a dui lati dell'ottagono. Onde sopra ad'essa subtensa fatto il quadrato, & pòi sopra a ciascun suo lato formato vn triangolo equicrure di lati eguali al dato ſ a, si verrà ad'essere formato l'ottagono. Ouero per formare l'ottagono equilatero, & equiangolo sopra ad vna data retta A B, sapendo noi mediante la 32. propositione del primo libro d'Euclide, che ciascun suo angolo e quanto retti 1. $\frac{1}{2}$. cioè e maggiore d'vn'angolo retto in quanto importa la mita d'vn retto, noi da vn'estremo, & sia A, della data A B, tiratali ò segnatali vna perpendicolare A C, & allungata la A B, da vna banda a beneplacito, & sia in D, diuideremo l'angolo retto C A D, in due parti eguali con la retta A F, facendola eguale alla A B, che ella con la A B, formarà l'angolo F A B, quale sara vn retto, & mezo, cioè sara angolo di gradi 135. (essendo l'angolo retto di gradi 90.) & però sara angolo d'ottagono equiangolo, & equilatero, che li F A, A B, saranno dui sui lati, & tiratali la subtensa F B, ella sara il lato del quadrato che si inscriuesse nel Cerchio istesso doue anco fusse descritto l'ottago. però sopra à questa F B, formato il quadrato, & sopra a ciascun de suoi lati formato vn triangolo equicrure, cioè di dui lati eguali al dato A B, alla similitudine del triangolo F A B, sara formato l'ottagono domandato. Ouero alla subtensa F B, eleuata da vn termine, & sia B, la perpendicolare B G, eguale alla F B, che sara vn'altro lato del quadrato si segni, ò imagini la distanza F G, diametro del quadrato, & però del cerchio da circonscriuerli, quale F G, si diuida per mezo, & sia in o, che sara il centro del cerchio, & segnatane la sua circonferenza in essa andaremo continuando le rette eguali al dato lato A B, che così entrandoui egli precise 8. volte sara formato l'ottagono.

Et se con modo simile si vogli formare il sedecagono, ò figura di 16. lati equilatero, & equiang. sopra ad vna data retta A B, Considerando che l'angolo d'essa figura è quanto retti 1. $\frac{3}{4}$. noi alla A B, accompagnaremo vna retta che con essa, & sia dal termine A, farmi angolo, che contenga angoli retti 1. $\frac{3}{4}$. & si potra fare allungando la B A, & sia in g, a beneplacito, & ergerli dall'A, la perpendicolare A r, poi diuidere l'angolo retto g A r, in due parti eguali con la retta ſ A, & anco diuidere la inferiore sua mita, o mezo angolo retto ſ A g, in due parti eguali con la retta t n A, facendo la A n, egua-

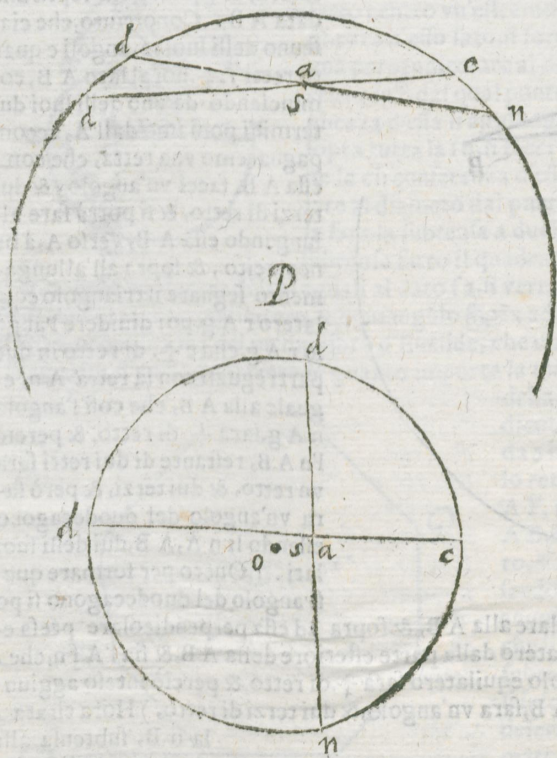
A n, eguale alla A B, che l'angolo n A g, sara $\frac{1}{4}$. di retto, & pero il totale n A B, sara 1. $\frac{3}{4}$. di retto come conuiene, & le n A, AB, che lo cōtengono sarano dui lati del sedecagono alli quali tirata la subtensa n B, ella sara il lato dell'ottagono da inscriuere nel medesmo cerchio che si inscriuesse il sedecagono, perilche segnando la circonferenza di questo cerchio, & in essa continuando la A B, ella vi entrarà precise 16. volte, & cosi sara formato il sedecag. equilatero, & equiangolo sù la data A B, come si propone.

Et volendo formare il duodecagono, o figura di 12. lati equilatera, & equiangola sopra alla data A B. Conosciuto, che ciascuno delli suoi 12. angoli e quanto retti 1. $\frac{2}{3}$. noi al lato A B, cominciando da vno delli suoi dui termini poniamo dall'A, accompagnaremo vna retta, che con essa A B, facci vn'angolo, & dui terzi di retto, & si potrà fare allungando essa A B, verso A, à beneplacito, & sopra all'allungamento segnare il triangolo equilatero r A g, poi diuidere l'angolo r A g, chd e $\frac{2}{3}$. di retto in due parti eguali con la retta A n, eguale alla A B, che cosi l'angolo n A g, sara $\frac{1}{3}$. di retto, & perciò l'n A B, restante di dui retti sara vn retto, & dui terzi, & però sara vn'angolo del duodecagono essendo li n A, A B, dui delli suoi lati. (Ouero per formare quest'angolo del duodecagono si potrà dal termine A, ergere vna perpendicolare alla A B, & sopra ad essa perpendicolare presa eguale alla A B, segnare vn triangolo equilatero dalla parte esteriore della A B, & sia l'A s n, che cosi l'angolo S A n, che e angolo di triangolo equilatero sara $\frac{2}{3}$. di retto, & perciò inteso aggiuntoli l'angolo s A B, che e retto il totale n A B, sara vn'angolo, & dui terzi di retto,) Hora tirata la n B, subtensa alli dui lati n A, A B, ella sara il lato dell'esagono da inscriuere nel cerchio istesso doue si inscriuesse il duodecagono, & sopra questa n B, segnato il triangolo equilatero B n c, il punto c, sara il centro del cerchio detto essendo semidiamet. qual si vogli delli lati del triangolo equilatero, però segnata la sua circonferēza andaremo continuando sopra ad essa il lato A B, dato, che egli vi capirà precise 12.

volte, & cosi si formara il duodecagono cercato.

Hor notosi che potremo facilmente formare sopra vna data retta vna figura equilatera, & equian-

& equiangola, & trouare il semidiametro del cerchio nel quale ella si inscriuesse, mediãte vn'altra figura simile, & cerchio circonscrittoli già cognita, o fatta, adoprando la regola delle 4. quantità proportionali in linee, così.

poniamo che si vogli trouare il semidiametro del cerchio nel quale si inseriua vn pentagono regolare il lato del quale sia la retta d ſ: Per farlo, Habbiasi vn circolo nel quale si à inscritto vna figura simile, cioè vn pentagono regolare, & sia il semidiametro c a, & il lato del pentagono inscrittoli a d, di quì mò potremo fingere vna regola di trè, dicẽdo se a d, lato da a c, ouero ha a c, p semidiametro, il d ſ, lato che linea hauerà per semidiametro? Quero se a d, lato douenti d ſ, lato il semidiametro a c, qual semidiametro douentarà? che in ciascun modo il lato a d, cioè la quantità simile alla si quãtità d ſ, data alla quale hà da trouare la compagna, sara la prima, & le altre due saranno seconda, & terza, che in esse non importa quale si pigli per seconda, o p terza. Hora alla prima d a, si accompagni vna dell'altre due poniamo la a c, per il lungo, & l'altra d ſ, ad angolo come si vogli, &, dall'a, all'ſ, si tiri la retta a ſ, & a questa equidistante dal punto c, si tiri la c g, (& si potra fare cosi, posto vn piede del compasso nel puuto c, secondo la lũghezza di a ſ, si formi vn pezzo d'arco tale che si interfighi, & sia in g, con vn'altro pezzo d'arco, che si formi cõ l'apertura a c, & centro ſ, che cosi il quadrangolo c a ſ g, hauerè i lati contrapositi eguali, & pero sara di lati equidistãti, come si dimostra nella propositione 34. del primo d'Euclide) allungandola finche concorra con la dſ, allungata, & sia in n, che la ſ n, (p la 12. del 6. d'Eucl.) sara la quarta, quãtità pportionale cercata corrispõdẽte, o compagna alla d ſ, nel modo che d a, e corispondente ad a c, cioè ſ n, sara il semidiametro del cerchio quale formato, & nella sua circonferenza accomodata, & continuata la retta d ſ, ella vi capira precise 5. volte, & cosi sopra ad essa d ſ, sara formato il pentagono regolare.

Si può anco alla prima quantità d a, accompagnare ad angolo a beneplacito da vno de suoi termini, & sia l'a, le due a d, & d ſ, vna da vna banda, & l'altra dall'altra, talmente che esse due d ſ, a c, se 120. cõgiũte insieme per il diritto nel pũto a, comune alla ad, poi si diuida ciascuno delli dui interuali d d, & d c, per mezo cõ due rette segnando il punto o, doue esse rette si seghino, & fatto lo centro, & presa per apertura di compasso vna delle 3. distanze o d, o d, o c, che saranno eguali (per la quinta, del sesto,) si formi vna circonferenza di cerchio sino alla quale si allunghi la d a, prima quantità, & sia in n, che all'hora la a n, sara la quarta quantità proportionale cercata perche (per la 35. del terzo,) il dutto di d a, intesa essere prima in a n, intesa quarta sara eguale al dutto di d a, in a c, intese essere seconda, & terza, onde (per la 16. del sesto,) esse 4. quantità saranno proportionali.

Ma ancora senza fare alcuna operatione hauendo vn cerchio di capace grandezza poniamo il P, in esso si accomodi la retta d c, composta della retta d ſ, & della a c, & anco cominciando al punto a, (o vogliamo dire ſ,) & ariuando alla circõferenza del cerchio; si pona la a d, & essa si allunghi dalla banda di a sino alla circonferenza, & sia che vi arriui in n, che la ſ n, sarà la quantità cercata.

Dato il lato del duodecagono potiamo trouara il semidiametro del cerchio da circonscriuerli, che e la subtensa a dui lati d'esso 12. angono, Et consequentemente formare il 12. angono su'l lato dato, o descriuendo il cerchio che lo contenirà, o mediante la subtensa à dui lati del 12.

agono formare il suo angolo, & andarlo continuando finche sia descritto il 12. agono.

Qui per esercitare lo studente, prima supponeremmo d'hauere vn cerchio il semidiametro del quale sia 4. & in esso descritto l'esagono, & anco il duodecagono, & tirati li suoi diametri a r, & a s, ciascun d'essi sara 4. come e anco 4. la r s, lato dell'esagono, & base del Triangolo equilatero a r s. perilche la sua perpendicolare a c, sara rad. 12. & la c n, residuo del semidiametro a n, sara 4. m̃. rad. 12. però il suo quadr. è 28. m̃ rad. 768. quale giunto a 4. quadrato di r c. fa 32. m̃ rad. 768. & questo è il quadr. di r n, però la rad. d'essa quantità, cioè rad. 24. m̃ rad. 8. sara la r n, lato del 12. agono, quando il semidiametro del cerchio sia 4. & schisando per 2, la r n sarà rad. 6. meno rad. 2. quando il semidiametro sia 2. Ma quando la r n, lato del 12. agono douentasse, ò fusse 1. all'hora il semidiametro del cerchio saria rad. $1\frac{1}{2}$. più rad. $\frac{1}{2}$. Onde dato il lato del 12. agono, & considerațolo, ò presolo come vnità, trouando poi la retta rad. $1\frac{1}{2}$. più rad. $\frac{1}{2}$. ella sara il semidiametro del cerchio, ò subtensa a dui lati del 12. agono. La regola dunque da formare il duodecagono sopra al lato dato, potra essere questa: Dato il lato del 12. agono per formarui sopra il 12. agono. Descriuasi sopra ad esso lato, & sia a r, come sopra a diametro, vn mezo cerchio, & dal centro n, eretta al diametro la perpend. n t. dal punto t, doue ella seghi la circonferenza, all'estremo r si tiri la t r, (& questa t r sara rad. $\frac{1}{2}$. preso il lato a r dato per vnita.) Ancora al lato dato r a, si aggiunga per il diritto la sua mita verso a, & sia il composto la r m (& questa sara $1\frac{1}{2}$.) sopra alla quale come sopra a diametro si formi vn mezo cerchio, & dal punto a, alla r m, ergasi vna perpendicolare, di modo chi seghi la circonferenza di questo mezo cerchio, & sia in c, dal qual punto c, all'estremo r, si tiri la retta c r, (& questa sara rad. $1\frac{1}{2}$.) alla quale si aggiunga per il dritto la r s, eguale alla r t, che la totale c s (ra. $1\frac{1}{2}$. più rad. $\frac{1}{2}$.) sara la subtensa a dui lati del 12. agono, ò vogliamo dire sara il semidiametro del cerchio, che riceuera il duodecagono di lati eguali al dato a r, onde sopra ad essa a r, forma to il triangolo equicrure di lati eguali alla c s, la cima d'esso triangolo doue i lati eguali alla c s, si congiungono insieme sara il centro del cerchio. Ouero. Con la retta c s, subtensa a dui lati del duodecagono, come sopra à base formato vn triãgolo equicrure di lati eguali al dato a r, verremo ad hauer formato l'angolo del duodecagono con dui de suoi lati, quali perciò si potranno andare continuando fino alla intiera construtione del duodecagono.

rad. 6 m̃ rad. 2. 2 1

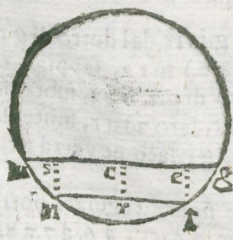
rad. 6. p̃ rad. 2. 1

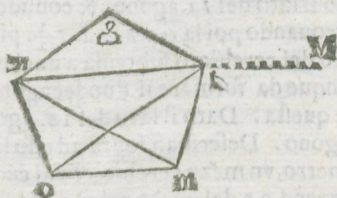
partitore 4.

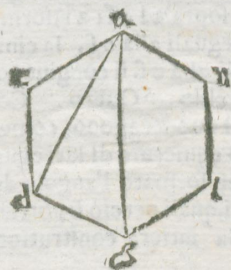
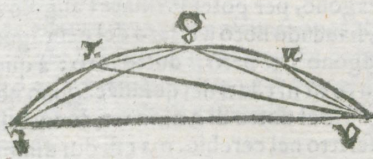
2. R. 6. p̃ R. 2.

R. $1\frac{1}{2}$ p̃ R. $\frac{1}{2}$

Dato il diametro del cerchio si può trouare il lato del quindecagono inscrittoli, Et conuersamente dato il lato del quindecagono si può trouare il diametro del cerchio.

Perche g u, lato del triangolo equilatero inscritto nel cerchio e noto, con la sua perpendicolare a c, che e li $\frac{3}{4}$. del diametro del cerchio. Et ancora e noto n t, lato del pentagono, & perciò a u, & n t, subtense à dui suoi lati, & perciò nel triangolo equicrure a n t, e nota la perpendicolare a r, & però la parte c r, ouero la retta e t, Et perciò mediante t e, & e g, (mita del la differenza di n t, lato del pentagono ad u g, lato del triangolo) sara nota t g, lato del quindecagono. Et volendo la subtensa a dui lati del quindecagono, per poter formare l'angolo con tenuto da i suoi dui lati, hauendo noto n t, lato del pentagono, & o m, lato del quindecagono, & però il dutto loro; à questo giongeremo il dutto di n o, in m t, lati del quindecagono noti, & cosi la somma sara eguale al dutto di n m, in o t, diametri del quadrilatero n o m t, inscritto nel cerchio, ma essi dui diametri sono eguali fra loro (che ciascun d'essi sottotende à dui lati del quindecagono) però la radice d'essa somma de' dui dutti detti

sarà n m, ouero o t, subtensa a' dui lati dati del 15. agono; Et perche il dutto di n o t, in m t, cioè di o m, in se stesso, & anco in n t, e quanto il dutto di m t, nella somma di n t, & t m, & questo e eguale al quadr. di m n, vediamo che m n, subtensa a dui lati del 15. agono e media proportionale frà t m, lato, & n m, somma d'esso lato con la subtensa a tre lati, Onde moltiplicando m n, somma detta via M t, lato, la rad. del prodotto sarà m n, subtensa a' dui lati.

Et l'istesso vedremo auenire in tutte l'altre figure regulari, che la subtensa a dui lati è media proportionale fra il lato della figura, &

la linea composta da esso lato, & dalla subtensa a tre lati; Che per esempio nel pentagono; la m n, subtensa a i dui lati n o, o m, e media proportionale fra m t, lato, & n m somma d'esso lato con la n t, subtensa a tre lati n o, o m, m t. Ma qui notisi che essendo n t, eguale ad m n, perche se bene n t, subtende a tre lati si può dire, che ella sia anco subtensa a dui, cioe n g, g t, come auuiene ad n m, ouero o t, Conosciamo essa subtense à dui lati, cioè n t, esser media proportionale fra m t, lato del pentagono, & n m, somma di detta n t, con t m, cioè tal proportione essere fra tutta la n m, alla sua parte maggiore n t, quale e da essa parte maggiore n t, & alla minore t m, cioè la n m essere diuisa secondo la proport. hauente il mezo, & dui estremi, & la parte minore essere il lato del pentagono, & la maggiore la subtensa a dui lati. Et perche se la parte maggiore d'una linea diuisa secondo essa proportione si diuide con la medesma proportione la parte maggiore d'hora sarà eguale alla minore d'all'hora, conosciamo che diuisa la subtensa a dui lati secondo la proportione detta, la sua maggior parte e il lato del pentagono. Il che perciò in questo modo ancora (oltre la dimostratione data da Euclide) si può concludere.

Et se pigliaremo l'esagono, che habbi per lato poniamo 6. che la subtensa a 3. lati sara 12. diametro del cerchio nel qual egli fusse inscritto, & la subtensa a dui lati (che e il lato del triangolo che si inscriuesse nel medesmo circolo, sara rad. 108. (che e sempre potentialmente tripla al semidiametro del cerchio circonscrittoli, & però al lato dell'esagono) si vedra questa rad, 108. essere media proportionale fra 6. lato dell'esagono, & 18. composto di 6. lato dell'esagono, & 12. di subtensa a 3. lati, d'esso esagono, onde nel la figura regolare hauendo noto il suo lato, & subtensa a dui lati si trouarà la subtensa a 3. lati partendo il quadrato della subtensa a dui lati per il lato (che l'auenimento sara la somma d'vn lato, & subtensa à 3. lati) dal qual auenimento cauando vn lato il restante sara la subtensa à 3. lati, Che per esempio nel pentagono regolare essendo il lato 10. la subtensa à dui lati e rad. 125. p̃. 5. il quadrato della quale, cioè 150. più rad. 12500. partendolo per il lato 10. ne viene 15. rad. 125. dal quale cauandone vn lato; cioè 10. il restante 5. p. rad. 125. sara la subtensa a 3. lati, ma 5. p. rad. 125. e il medesmo, che rad. 125. p. 5. quale e la quantità della subtensa à dui lati, però si conosce come è vero, che nel pentagono la subtensa à 3. lati e vna medesma linea che è anco per subtensa à dui lati.

Et per trouare la subtensa à 4. lati nel quindecagono (ò altra figura) considerato il quadrilatero a g r t, perche habbiamo note r a, subtensa à 3. lati, & g t, subtensa à dui, sarà noto il dutto loro, che è il dutto de' diametri del quadrilatero, dal quale cauato il dutto di r t, lato in g a, oppostoli, il restante sara il dutto di g r, in a t, ma g r, e lato noto, però sarà nota a t, cercata subtensa a quattro lati.

Ma à cauare il dutto di a g, in rt, dal dutto di g t, (& però di detto g a, à lui eguale) in r a, sappiasi che il restante sara quanta il dutto di g a, ò g t, subtensa a dui lati, nella differenza di r t, lato ad a r, subtensa a tre lati, onde partito poi per g r, lato, ne verrà a t, subtensa 4. à lati.

Et con modo simile nelle figure regulari potremo continuare à trouare le subt. a' lati, à 6. à 7. a 8 &c.

Que-

*Queſto và a mezo della ſeconda facciata doppo il Problema del quadrato.*

Per ergere dall'eſtremo a, alla a c, vna retta perpendicolare, & eguale ad eſſa a c, ſi può facilmente con apertura di Compaſſo ſempre eguale alla eſſa a c, operare così. Fatto centro l'eſtremo a, & poi anco il c, forminſi dui cerchi, & ſi ſegni il punto d, doue le loro circonferenze ſi ſegano ſopra alla a c; poi fatto centro queſto punto d, ſi deſcriua con la iſteſſa apertura, ò ſemidiametro a c, il terzo cerchio paſſante per i punti a, & c, & nella ſua circonferenza ſi ſegni ſopra al l'a il punto e, mediante la dirittura della imaginata retta c d, che coſì la e a, ſarà perpendicolare alla a c, onde ſecondo la dirittura a e, ſegnato il punto r, all'a, tirata là r a, ella ſarà perpend. & eguale alla a c.

Auertendo che di queſti cerchi baſta ſegnare, ò tener conto ſolo di quelli pezzi d'archi, che fanno biſogno.

VEnendo hora al pentagono ſappiaſi che ordinariamente ſi ſuole formare il pentagono.
Queſta Dottrina ſi e eſemplificata anco con i numeri quali in vero ſono il Grimaldello
delle ſcienze Mathematiche, & altre, onde chi hauerà pratica in eſſi numeri, & nelle quantità ir-
rationali, & Algebratiche ſara molto atto ad ogni ſpeculatione, & inuentione, ne ſono eſſi molto
difficili ad acquiſtare mentre ſi ſtudino con ordine, attendendo prima ad intendere bene le ope-
rationi delli numeri rationali cō le breuità, & origine loro come ſi moſtra nella mia Aritmetica
vniuerſale, & poi ſeguire alli irrationali; & Algebratici, accompagnandoui anco la Pratica della
Geometria che inſegna trouare la grandezza delle diuerſe quantità, ilche tutto è ſtudio giocon
diſſimo, & vtiliſſimo quando vi ſi è acquiſtata baſteuole attitudine, & al quale ogni perſona di
che età ſi ſi vogli ancorche puerile vi può attendere, & per darne qualche eſempio, ſi regiſtra qui
la ſolutione d'vn queſito fra molti dati, & reſoluti da vn punto che non arriuaua ancora à 12. an-
ni, & haueua anco imparato ſolo con il mezo de' libri di tal profeſſione ſenza aiuto d'altra
perſona.

Queſito fatto da M. Fino Lambardi Aretino il giorno di Santa Agata che fu alli 4. di Febraro
del 1563. in Monte alcino quale diſſe eſſerli ſtato dato da M. Girolamo Venci Aretino profeſſo-
re di Mathematica in Arezzo.

Egli e vn in Genoua che hà Scudi 7. delli quali ne ſpende tanti in vn braccio di Velutto, che
moltiplicati gli Scudi che gli reſtorno per li Scudi che ſpeſe fece Scudi 7. Dipoi hà riuenduto ta-
le braccio di Velutto in Arezzo tanto manco di Scudi 17. che moltiplicato quel numero di Scudi
che lo hà riuenduto per l'auanzo che è fino à Scudi 17. fa Scudi 14. Si domanda quanto lui com-
pro quel braccio di Velutto in Genoua, & quanto l'hà riuenduto in Arezzo, & quanto ſi guada-
gna per cento.

Per riſoluere il queſito prima cercaremo quanto ſi compro detto braccio di Velutto in Geno
ua, & ſi pone che lo compraſſe 1. coſa di Scudo, & però gli reſtò Scudi 7 m̄. 1. coſa che moltiplica-
to per 1. coſa che lo comprò fa 7. ɫ. m̄. 1. ȥ. ilche deue eſſere Scudi 7. però e eguale à 7. & accomo-
dato il m̄. ſara 7. ɫ. eguale a 1. ȥ p̄. 7. nella quale equatione la coſa vale 3. $\frac{1}{2}$. p̄. rad. 5. $\frac{1}{4}$. & però ſi
dirà che detto braccio di Velutto fù compro Scudi 3. $\frac{1}{2}$. p̄. rad. 5. $\frac{1}{4}$.

Et per farne proua cauaremo ſcudi 3. $\frac{1}{2}$. p̄. rad. 5. $\frac{1}{4}$. che comprò il braccio di Velutto da ſcudi
7. che haueua, & reſta ſcudi 3. $\frac{1}{2}$. m̄. rad. 5. $\frac{1}{4}$. quale moltiplicato per ſcudi 3. $\frac{1}{2}$. p̄. rad. 5. $\frac{1}{4}$. che
comprò il velutto fa ſcudi 12. $\frac{1}{4}$. m̄. rad. 5. $\frac{1}{4}$. cioè ſcudi 7. come ſi propone.

Hora per ſapere quanto hà riuenduto detto Velutto in Arezzo ſi pone che lo riuendeſſe 1.
coſa che cauata da 17. reſta 17 m̄. 1. ɫ. quale moltiplicato per 1. ɫ. che lo riuendette fa 17. ɫ. m̄.
1. ȥ. & queſto ſi dice douere eſſere ſcudi 14. però 17. ɫ. m̄ 1. ȥ. ſono eguali à 14. & accomodato il
m̄. ſara 17. ɫ. eguale à 1. ȥ p̄. 14. nella quale equatione la coſa vale 8. $\frac{1}{2}$. p̄. rad. 58. $\frac{1}{4}$. però ſi dirà
che habbi riuenduto eſſo Velutto ſcudi 8. $\frac{1}{2}$. p̄. rad. 58. $\frac{1}{4}$. che per farne proua moltiplicaremo
detti ſcudi 8. $\frac{1}{2}$. p̄. rad. 58. $\frac{1}{4}$. per il reſtante che e fino à ſcudi 17. cioè per ſcudi 8. $\frac{1}{2}$. m̄. rad. 58. $\frac{1}{4}$.
& fà ſcudi 72. $\frac{1}{4}$. m̄. 58. $\frac{1}{4}$. cioè ſcudi 14. come ſi propone.

Per ſapere quanto ſi guadagna per 100. ſi caua li ſcudi 3. $\frac{1}{2}$. p̄. rad. 5. $\frac{1}{4}$. che li coſto il Velutto
da ſcudi 8. $\frac{1}{2}$. p̄ rad. 58. $\frac{1}{4}$. che l'hà riuenduto, & reſta ſcudi 5. p̄. rad. 58. $\frac{1}{4}$. m̄. rad. 5. $\frac{1}{4}$. & queſto
guadagna con li ſcudi 3. $\frac{1}{2}$. p̄. rad. 5. $\frac{1}{4}$. che comprò il velutto, perilche ſi dirà ſe ſcudi 3. $\frac{1}{2}$. p̄. rad.
5. $\frac{1}{4}$. guadagnano ſcudi 5. p̄. rad. 58. $\frac{1}{4}$. m̄. rad. 5. $\frac{1}{4}$. che guadagnarà 100. onde multiplicando 100.
per 5. p̄. rad. 58. $\frac{1}{4}$. m̄. rad. 5. $\frac{1}{4}$. il prodotto 500. p̄. rad. 582500. m̄. rad. 52500. ſi partirà per 3. $\frac{1}{2}$.
p̄. rad.

p̄.rad.5.$\frac{1}{4}$.& moltiplicando ciascuna delle due quantità per 3.$\frac{1}{2}$.m̄.rad.5.$\frac{1}{4}$.residuo del partitore si ridurrà a partire 2273.p̄. rad.7135625.m̄. rad.1312500 m̄. rad.643125. per 7. & ne viene 325.p̄. radice 145625.m̄. radice 26285.$\frac{5}{7}$.m̄. radice 13125.m̄. radice 62410.$\frac{5}{7}$. & tanto si guadagna per cento.

3.$\frac{1}{2}$.p̄.rad 5.$\frac{1}{4}$. | 5.p̄.rad 58.$\frac{1}{4}$ m̄.rad.5.$\frac{1}{4}$. | 100. m̄. radice 52550.
via 100. via m̄.rad. 5.$\frac{1}{4}$.
3.$\frac{1}{2}$.m̄.rad.5.$\frac{1}{4}$.

fa 500.p̄.rad.582500.m̄. rad.52500. 275625.

7. partitore 5. 2. 5.
Simplice via 3.$\frac{1}{2}$.m̄.rad.5.$\frac{1}{4}$.

145625. 13125. rad. 250000.
1750.p̄.rad.7135625 m̄. rad.643125. via rad. 5.$\frac{1}{4}$.
6
2100.
525.m̄.rad 1312500.m̄.rad.3058125. radice 13. 1.

Fa 2275.p̄. radice 7135625.m̄. radice 643125. m̄. radice 1312500.m̄. radice 3058125.
1019375. 91875. 187500. 436875.

Però 325.p̄. radice 145625.m̄. radice 13125.m̄. radice 25785.$\frac{5}{7}$.m̄. radice 62410.$\frac{5}{7}$. si guadagna per 100.cioè 125.p̄. rad.145625.m̄. rad.77410 $\frac{5}{7}$ m̄. rad 62410.$\frac{5}{7}$. Che facendone la proua con vna Regola del trè conuersa si vedrà che si è bene operato.

100. | 325 p̄. radice 145625.m̄. radice 77410.$\frac{5}{7}$.m̄. radice 62410.$\frac{5}{7}$. | 3.$\frac{1}{2}$.p̄. radice 5.$\frac{1}{4}$.
3.$\frac{1}{2}$. rad.12.$\frac{1}{4}$.

1137.$\frac{1}{2}$. 36406.$\frac{1}{4}$. 19352.$\frac{19}{28}$. 15602.$\frac{19}{28}$.
Radice 105625.
Rad.1783906.$\frac{1}{4}$.m̄. rad.948281.$\frac{1}{4}$.m̄. rad.764531.$\frac{1}{4}$. via radice 5.$\frac{1}{4}$.
a
26406.$\frac{1}{4}$.

Radice 764531.$\frac{1}{4}$.m̄. radice 406406.$\frac{1}{4}$.m̄. radice 327656.$\frac{1}{4}$.p̄. radice 554531.$\frac{1}{4}$.
a
m̄ 6 3 7$\frac{1}{2}$.

100. | 500.p̄.rad.1783906.$\frac{1}{4}$.p̄.radicee 553453 1.$\frac{1}{4}$.m. radice 948281.$\frac{1}{4}$.m.radice 327656.$\frac{1}{4}$.

5.p̄.R̷.178.$\frac{15625}{40000}$.p̄.R̷.55.$\frac{18125}{40000}$.m.R̷.94.$\frac{23125}{40000}$.m.R̷.32.$\frac{30625}{40000}$.
625. 725. 1325. 1225.
1600.

5.p̄.radice 178.$\frac{27}{64}$.p̄. radice 55.$\frac{29}{64}$. m.rad.94.$\frac{53}{64}$ m. rad. 32.$\frac{46}{64}$.
11417. 2097.
1. 11417.
233. 16.
Rad.$\frac{2007}{64}$.via rad. 1.$\frac{7}{9}$. 1.$\frac{1}{3}$. 2.$\frac{1}{3}$. rad.5.$\frac{4}{9}$. $\frac{2097}{2097}$.
4. 1.
fa radic.58.$\frac{1}{4}$.

p̄. radice 55.$\frac{29}{64}$.m. radice 94$\frac{53}{64}$. Ne viene 5.p.radice 58.$\frac{1}{4}$.m. radice 5.$\frac{1}{4}$.
3549. 6069. come bisogna.
407. 867.
169. 289.
da 1.$\frac{4}{13}$. cauato 1. 21.
1. 273.
Resta $\frac{4}{13}$.cioè R̷.$\frac{16}{169}$.via rad.$\frac{5549}{64}$.
13. 4.
1.
Fa rad. 5.$\frac{1}{4}$.

Hora notisi che di sopra nell'equatione d'1. z. più 7.' eguale à 7.ɫ. che ha due valute della ɫ. che sono 3.$\frac{1}{2}$.p.rad.5.$\frac{1}{4}$. Et 3.$\frac{1}{2}$.m.rad. 5.$\frac{1}{4}$. Et anco nell'altra equatione di vn z. p.14.eguale a 17.ɫ.doue la ɫ.ha pure due valute che sono 8.$\frac{1}{2}$.p.rad.58.$\frac{1}{4}$.& 8.$\frac{1}{2}$.m.rad. 58.$\frac{1}{4}$. perciò si potria dire che il Velutto fusse compro scudi 3.$\frac{1}{2}$.p.rad.5.$\frac{1}{4}$.Et anco si potria dire che fussero scudi

3.$\frac{1}{2}$.p.

$3\frac{1}{2}$ m̃ rad $5\frac{1}{4}$. Et ſimilmente ſi potria dire che ſi fuſſe riuenduto Scudi $8\frac{1}{2}$. p̃ rad. $58\frac{1}{4}$. Et anco ſi potria dire che fuſſero ſcudi $8\frac{1}{2}$. meno rad. $58\frac{1}{4}$. Nondimeno ponendoſi che fuſſe compro ſcudi $3\frac{1}{2}$ p̃ rad. $5\frac{1}{4}$ non ſi può dire che ſia riuenduto ſcudi $8\frac{1}{2}$ m̃ rad. $58\frac{1}{4}$. perche queſto che nõ arriua a ſcudi $\frac{7}{8}$. è manco delli ſcudi $3\frac{1}{2}$. p̃ rad. $5\frac{1}{4}$. che ſi fuſſe compro onde non vi ſi guadagneria come ſi ſuppone. Anzi eſſi ſcudi $8\frac{1}{2}$. m̃ rad. $58\frac{1}{4}$. ſono anco manco di ſcudi $3\frac{1}{2}$. m̃ rad. $5\frac{1}{4}$. (che è più di ſcudi $1\frac{1}{6}$.) però quando anco fuſſe compro ſolo ſcudi $3\frac{1}{2}$. m̃ rad. $5\frac{1}{4}$. non ſi può eſſere venduto così poco cioe ſcudi $8\frac{1}{2}$ m̃ rad. $58\frac{1}{4}$. perche vi ſi ſaria perſo che è contro quello che ſi ſuppone dicendoſi che ha guadagnato. Conuien dunque di neceſſità che ſi ſia riuenduto ſcudi $8\frac{1}{2}$. p̃ rad. $58\frac{1}{4}$. Si può bene hauerlo compro ſcudi $3\frac{1}{2}$ p̃ rad. $5\frac{1}{4}$. & così con quaſi $\frac{5}{6}$. ſi guadagnaria più di $10\frac{1}{4}$. Et anco può hauerlo compro ſcudi $3\frac{1}{2}$. m̃ rad. $5\frac{1}{4}$. & così con poco più d'$1\frac{1}{6}$. guadagnaria quaſi 15. il che nõ eſſendo veriſimile ſi potrà perciò dire che lo compraſſe ſcudi $3\frac{1}{2}$. p̃ rad. $5\frac{1}{4}$. Et poi lo riuendeſſe ſcudi $8\frac{1}{2}$. p̃ rad $58\frac{1}{4}$. & coſi venne a guadagnare più di 175. per cento.

Ancora per eſercitare i Studioſi nelle operationi delle quantità irrationali, o ineſplicabili, & Algebratiche, nelle quali conſiſte la eccellenza delle Matematiche, & perche conoſca che la mirabile Dottrina Algebrica con mediocre cognitione della Theorica Geometrica può da ſe facilmente ritrouare molte coſe, le quali la Geometria troua con particolar fatica di ingegnoſa ſpeculatione; fermaremo la ſeguente Propoſitione, o Problema, & lo riſolueremo mediante la operatione Algebratica.

Dato il lato del Pentagono regolare ſi può trouare la ſua grandezza, & il diametro del Cerchio da inſcriuerli, & del Cerchio da circonſcriuerli.

D'vn Pentagono ſia il lato a b 2. Ponaſi la ſubtenſa b c, a dui lati 1 $x$. Et cõſiderato nel Cerchio il Quadrilatero b c d e doue ciaſcuno delli due diametri b d; c e, è eguale alla ſubtenſa b c; (eſſendo anc'eſſe ſubtenſe ſimili) ſarà ciaſcun d'eſſi 1 $x$ & il loro prodotto 1 $\mathfrak{z}$ ſarà eguale alla ſomma di 4, & di 2 $x$. che ſono i dutti del lato b e 2, nello a lui contrapoſito c d. 2. & del lato d e 2. nello a lui contrapoſito b c 1 $x$ per la qualità del Quadrilatero inſcritto nel Cerchio (qual qualità ſe bene è dimoſtrata Geometricamente da Tolomeo nel principio del 1. libro dell'Almageſto ella nondimeno ſi deriua anco dalla dottrina Algebrica come ſi moſtra nella mia opera dell'Algebra applicata) cioe 1 $\mathfrak{z}$ ſarà eguale a 2 $x$ p̃ 4. onde eſſendo peruenuti alla equatione la $x$ valerà rad. 5. p̃ 1. (perche ad 1. quadrato d'1. mità di 2. numero delle $x$ gionto il numero 4. & della ſomma 5. preſa la radice quadra che è rad. 5. & a queſta gionto 1. mità detta di 2. numero delle $x$ fa rad. 5. p̃ 1.) perilche la ſubtenſa b c, poſta 1 $x$. ſarà rad 5. p̃ 1. Hora nel Triangolo Equicrure a b c, ſi troui la perpẽdicolare, o altezza a 5. che cade in mezo alla baſe b c, & perciò la mità b 5. ſarà ra. $1\frac{1}{4}$. p̃ $\frac{1}{2}$. ma per ſchiuare i rotti ſi ponerà il lato a b eſſere 4. che la ſubtẽſa, o baſe b c. ſarà rad. 20. p̃ 2, & la mità b 5. ſara rad. 5. p̃ 1. il ſuo quadrato 6. p̃ rad. 20. ſi cauara da 16. quadrato del lato a b. & reſta 10. m̃ rad. 20. che è il quadrato della perpendicolare a 5. però ella ſara rad. l 10. m̃ rad. 20 l. & perche la a 5. diuide per mezo ad angoli retti la b c, ne ſegue che eſſa a 5. allũgata nel cerchio fino alla circonferenza paſſara per il centro, & perciò la totale a o, ſara diametro del cerchio, onde di queſte due rette b c, a o, che ſi ſegano nel cerchio il dutto delle due parti a 5. a o. dell'vna ſara eguale al dutto delle due parti b 5. 5 c. dell'altra, perilche moltiplicãdo b 5. rad. 5. p̃ 1. via 5 c. rad. 5. p̃ 1. & il prodotto 6. p̃ rad. 20. partendolo per a 5. rad. l 10. m̃ rad. 20 l. l'auenimento rad. l 10. p̃ rad. $96\frac{4}{5}$ l ſarà l'altra parte 5 o, quale ſommata la 5 a, rad. l 10. m̃ rad. 20 l. fa rad. l 32. p̃ radice $204\frac{4}{5}$ l che è il totale diametro a o, del cerchio circonſcritto al pẽtagono, & ſi può auertire che vedendo il dutto di a 5. in 5 o, eſſere eguale al quadrato di b 5. (che è quanto il dutto di b 5. in 5 c,) ſi conoſce che b 5. è media proportionale fra a 5. 5 o, parti d'eſſo cerchio circõſcritto. Si può anco notare che eſſendo il dutto di a 5. in 5 o. eguale al quadrato di b 5. ſe a ciaſcuna banda giõgeremo il quadrato di a 5, il compoſto delli dui quadrati di b 5. & o 5. & però il ſolo quadrato di a b. ſara eguale al dutto di a 5. in 5 o, & di a 5. in a 5 (che è il quadrato di a 5) & però al dutto della ſomma di a 5, & 5 o, cioe del totale diametro a o, in a 5, perilche moltiplicando a b. 4. in ſe ſteſſo, & il prodotto 16. partendo per a 5. rad. l 10. m̃ rad. 20 l. l'auenimento rad. l 32. p̃ rad. $204\frac{4}{5}$ l. ſara a o; & così la Algebra ci fa accorgere che il lato del pentagono è medio proportionale fra il diametro del cerchio, circonſcrittoli, & quella parte d'eſſo diametro che è perpendicolare nel triangolo equicrure a b c, contenuto da dui lati del pentagono, & ſubtenſa ad eſſi dui lati.

Ma in altro modo ancora ſenza ſeruirſi della cognitione della proprietà delle linee che ſi ſegano nel cerchio cioe che il dutto di a 5, in 5 o, ſia eguale al dutto di b 5. in 5 o; Potremo trouare il diametro del cerchio da inſcriuere, & del cerchio da circonſcriuere così. Trouiſi la grandezza del Pentagono di lato dato 4. che hauendo veduto la ſubtenſa b c, eſſere rad. 20. p̃ 2. & la perpendicolare a 5 rad. l 10. m̃ rad. 20 l conſiderato il Pentagono diuiſo nelli tre Triangoli a b c, b e d, eguali (che perciò moltiplicando a 5. perpendicolare via la totale baſe b c. il prodotto rad. l 160.

p̄ rad. 5120 l ſarà la ſomma della grandezza d'ambidui ) & nel c b d. Equicrure nel quale inteſo baſe il lato c d.4.cauando 4.quadrato di 2.ſua mità da 24.p̄ rad. 320.quadrato del lato b d,ouero b c.il che reſtante 20.p̄ rad. 320.ſarà il quadrato della perpendicolare però eſſa perpendicolare ſarà rad.l 20.p̄ rad.320 l che è quanto a dire l'altezza a n.del Pentagono(perche il Triangolo Equicrure c b d.è l'iſteſſo che ſe ſi conſideraſſe l'a e d, contenuto anc'egli dal lato d e, del Pentagono,& dalle due ſubtenſe a c,a d,)queſta perpēdicolare rad.l 20. p̄ rad.320 l moltiplicata per 2.mità della baſe cioe per rad.l 4 l.il prodotto rad.l 80.p̄ rad.5120 l.ſarà la grandezza del Triangolo c b d,quale gionta a rad.l 160.p̄ rad.5120 l. grandezza delli altri dui Triangoli, la ſomma che è rad.l 400.p̄ rad.128000 l ſarà la grandezza del Pentagono.

lato a b. 4.
ſubtenſa b c. rad 20.p̄ 2.
b 5. rad.5.p̄ 1.
perpendicolare a 5.rad.l 10.m̄ rad.20 l
5 o.rad.l 10 p̄ rad.96 $\frac{4}{5}$ l
diametro a o.rad.l 32 p̄ rad.204 $\frac{4}{5}$ l
ſemidiametro c o rad.l 8 p̄ rad.12 $\frac{4}{5}$ l
u c rad 5.m̄ 1.
d u.rad.l 10 p̄ rad.20 l
ſemidiametro c n.rad.l 4.più rad.12 $\frac{4}{5}$ l
n o.rad.l 4.m̄ rad.12 $\frac{4}{5}$ l

ſommiſi a 5.rad.l 10.m̄ rad.20 l con 5o.
rad.l 10.più rad.20 l

rad.l.80
a 5.rad.l 10.m̄ rad.20 l
via rad.l 4 $\frac{4}{5}$ più rad 12 $\frac{4}{5}$ l

48
m̄ 16

fa rad.l 32.più rad.204 $\frac{4}{5}$ l a o
11520

m̄ rad.460 $\frac{4}{5}$.con rad.1280
2304 6400
4 8 8 o
entra volte 1 $\frac{2}{3}$. cauato 1.
reſta $\frac{2}{3}$. che via rad. $\frac{2304}{5}$.
cioè rad.4 $\frac{4}{9}$.via rad.460 $\frac{4}{5}$.
51 $\frac{1}{5}$.
fa rad.204 $\frac{4}{5}$.

baſe b c.20 più rad.2.
cioe rad.l 24.più ra.320 l
via a 5.rad.l.10.m̄ r.20 l

fa rad.l 160.piu rad.5120 l

a 5.rad.l 10.m̄ rad.20 l
rad.l 10.più rad.20.l

rad.l 80 l partitore ſemplice.
rad.20.in rad.2880.entra per rad.144.cioè 12.volte,& però 10.via rad.2880.è quante 12. volte 10.via ra.20.al che giōto 56. volte rad.20. fa 176.volte rad.20. cioè fa rad.30976.via rad.20.che produce ra.619520

rad.l 10.più rad 96 $\frac{4}{5}$ l
rad.l 10.più rad.20 l

100 rad.2936
44 4 4

rad.l 144. più radice 20480.l
25 $\frac{2}{5}$

rad.l 1 $\frac{4}{5}$ più rad. $\frac{1}{5}$ l
3 $\frac{1}{2}$ $\frac{6}{5}$
cauato 3 $\frac{1}{5}$

reſt a $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{5}$.la rad.è $\frac{1}{5}$.

6.più rad.20.dutto di b 5. in 5 c. cioe rad.l 56 più radice 2880 l.
via rad.l 10.p̄ rad.20 l

560 rad.57600
240 240

fa rad.l 800.più rad. 619520 l

774 $\frac{2}{5}$
rad.l 10 p̄ rad.96 $\frac{4}{5}$ l 5o
rad.4 $\frac{2}{2}$ $\frac{1}{5}$
2 $\frac{1}{5}$
via 10

22
10

32.cioè rad.1024.via radice 20.fa rad.20480.

$\frac{1}{5}$ giunto & cauato al numero 2 $\frac{4}{5}$. ne reſultano 2. & 1 $\frac{1}{2}$ che le mità ſono 1. & $\frac{4}{5}$. & le loro rad.ſono 1.& rad. $\frac{4}{5}$. che gionte inſieme fanno 1.piu radice $\frac{4}{5}$. & queſto è il numero delle volte che a 5. entra in 5 o. però a 5. nella totale a o. entrarà vna volta di più, cioè entrarà volte 2. piu radice $\frac{4}{5}$. onde a moltiplicare a 5. per 2. più radice $\frac{4}{5}$. cioe per radice l. 4 $\frac{4}{5}$. piu rad. 12 $\frac{4}{5}$ l che fa radice l 32. piu radice 204 $\frac{4}{5}$ l. queſto ſarà la ſomma a o. diametro del Cerchio.

il quadrato di a b.16.
cioe rad.l.256 l
rad.65536
1638 $\frac{4}{5}$
via rad.l 10.piu rad.20 l

a 5.rad.l 10 m̄ rad.20.l
rad.l 10.piu rad.20 l

rad.l 80 l partitore ſemplice.

fa rad.l 2560.piu rad.1310720 l

a o.rad.l 32.piu rad.204 $\frac{4}{5}$ l

rad 20 in rad.320. entra volte 4. però 10. via rad.320. è quanto 4. via 10. cioe 40.volte radice 20. che cauatone 24. volte radice 20. reſta 16.volte rad.20.che è rad.5120.

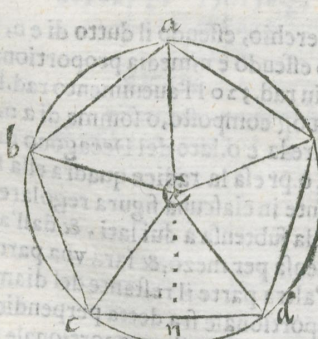
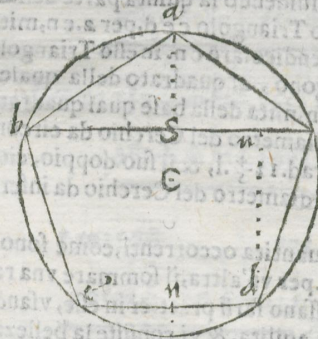
Sommiſi

Sommisi rad.l 80 piu rad.5120 l con rad.l 160.piu rad.5120 l
rad.l 80 m̃ rad.5120 l — rad.l 80.m̃ rad.5120

6400 12800
5120 5120

rad.l 1280 l partitor ra.l 7680.meno ra.32768000 l
rad.l 80 l semplice 2048000
rad.l 5 l rad.l 480 meno rad.128000 l
b c.rad.20.piu 2 8000
si caua d e, 4 rad.l 30.meno rad.500 l
rad.l 6.meno rad.20 l
resta rad.20 meno 2. 36
la mità è rad.5.m̃ 1. c o. si caua 20
quadrato di d e 16
quadrato di c o.6.m̃ rad.20 resta 16.la rad.è 4.

quadrato di d o.10.piu rad.20
d o.rad.l 10.piu rad.20 l 44
via rad.l 14.piu rad.180 l 1936

fa rad.l 200.piu rad.38720 l
grandezza del doppio capo tagliato.

6 6
con 4 cauasi 4
fa 10 resta 2
le mità sono 5.& 1.
le loro rad.sono rad.5.& 1.però rad.5.meno 1.è il numero delle volte che rad.l 80.piu radice 5120 l entra in rad.l 160. piu rad.5120 l onde nella somma loro entrarà vna volta di piu, cioè entrarà per rad.5.volte, perilche moltiplicãdo rad.l 80. piu rad.5120 l per rad.5.il prodotto radice l 400.piu radice 128000 l sarà la somma loro, grandezza del Pentagono.

30976
Sommisi ra.l 40.p̃ ra.320 l con ra.l 200.p̃ rad.38720 l
rad.l 40 m̃ rad.320 via rad.l 40.m̃ rad.320 l

rad.l 1280 l partitore m̃ rad.12390400
rad.l 80 l semplice. . . . .
8000.m̃ 3 5 2 0

rad.320. in rad.38720. entra per volte rad.121. cioè 11 volte, però 40 via rad.38720. è quanto 11.volte 40, cioe 440. volte radice 320. che cauatone le volte 200, resta volte 240, & è piu via rad.320, cioe rad 57600, via rad.320.che fa radice 18432000. però haueremo rad.l.4480.p̃ rad 18432000 l rad.l.280.p̃ rad.72000 l
1152
rad.l $3\frac{1}{2}$.piu rad.$11\frac{1}{4}$ l da $12\frac{1}{4}$.cauato $11\frac{1}{4}$. resta 1.la rad.del quale è 1.che con $3\frac{1}{2}$.& da $3\frac{1}{2}$.ne resultano $4\frac{1}{2}$ & $2\frac{1}{2}$, che le mità sono $2\frac{1}{4}$.& $1\frac{1}{4}$. che le loro rad. sono $1\frac{1}{2}$.& rad.$1\frac{1}{4}$.che gi͂ote insieme fanno $1\frac{1}{2}$.piu rad.$1\frac{1}{4}$. & è il numero delle volte che rad.l 40. piu radice 320 l entra in rad.l 200. piu rad.38720.l onde nella somma loro entrerà 1. volta di piu, cioe entrara volte $2\frac{1}{2}$. piu rad.$1\frac{1}{4}$.però $2\frac{1}{2}$. piu rad.$1\frac{1}{4}$, cioe rad.l $7\frac{1}{2}$ piu radice $31\frac{1}{4}$ l via rad.l 40.p̃ rad.320 l produrrà la sõma loro.



rad. 1280. 4
rad. 125.4.
entra per rad.$10\frac{6}{25}$, che è $3\frac{1}{5}$.che via $7\frac{1}{2}$.fa 24. & giõto a 40 fa 64.cioe rad.4096 che via rad. $31\frac{1}{4}$. cioe rad. 1024. via radice 125. fa radice 12800.

cõ a n ra.l 20. p̃ ra.320 l
ra.l 20 m̃ ra. 320 l

rad.l 80 l.
rad.l 5.l
partasi 4.quadr.di d n.
rad.l.16.l
rad.l.1 l.
ne viene rad.l 4 meno rad. $12\frac{4}{5}$ l che sarà n o.

rad.l 40.piu rad.320 l
via rad.l $7\frac{1}{2}$ piu rad.$31\frac{1}{4}$ l

300
100
fa rad.l 400.piu rad.12800 l

125
via 80
rad. 10000
. . . .
1 0 0

Cauisi

Cauisi il semidiametro,

c n.rad.l 4.piu rad.$12\frac{4}{5}$ l

rad.l 4 meno rad.$12\frac{4}{5}$ l

rad.l $3\frac{1}{5}$ l rad.l rad.$10\frac{6}{25}$ l

dal semidiametro

c o.rad.l 8.piu rad.$12\frac{4}{5}$ l

rad.l 4.meno rad.$12\frac{4}{5}$ l

rad.l $19\frac{1}{5}$ m̃ ra.$204\frac{4}{5}$ l

rad.l 6.m̃ ra.20 l 5120

che è rad.5.meno 1.

c n.entra in c o.per volte rad.5.meno 1.però nel restante entrarà 1.volta manco,cioe per volte rad.5.meno 2. onde moltiplicato c n.con rad.5. meno 2. cioe con rad.l 9. meno rad.80 l il prodotto rad.l 4. meno rad. $12\frac{4}{5}$ l. sarà la differenza delli dui semidiametri c n,c o,cioe la n o, come si troua in altro modo

rad.l 4. piu rad. $12\frac{4}{5}$ l

via rad.l 9.meno rad.80 l

36.meno rad.1024

meno 32

fa rad.l 4.meno rad.$12\frac{4}{5}$ l.

rad.5. entra in rad. $12\frac{4}{5}$. per rad. $3\frac{1}{2}\frac{4}{5}$, che è volte $\frac{8}{5}$. Et entra in rad.80.volte 4.però 9.via rad.$12\frac{4}{5}$.è quanto 9.via $1\frac{3}{5}$.cioe $14\frac{2}{5}$. via rad. 5.& 4. via meno radice 80. è quanto. 4.via meno 4.cioe meno 16.via rad.5. onde la differenza di $14\frac{2}{5}$. via rad.5. a meno 16. via radice 5. è meno $1\frac{3}{5}$.via rad.5.che fa meno rad.$12\frac{4}{5}$ l.

Ouero considerato il Pentagono diuiso nel Triangolo equicrure b a c (di lutti 4.& 4. & base b c.rad.20.piu 2.nel quale la perpendicolare a 5.e rad.l 10.meno rad.20 l che moltiplicata via la base,& del prodotto rad.l 160.piu rad.5120 l presa la mità che e rad.l 40. piu rad.320 l questa sara la grandezza d'esso Triangolo b a c) & nel doppio capo tagliato b c d e. nel quale trouata l'altezza d o, che e rad.l 10. piu rad.20 l & moltiplicata per la mita della somma delle due equidistanti b c,d e,cioe per rad.5.piu 3.il prodotto rad.l 200.piu rad.38720 l sara la grandezza del doppio capotagliato,quale sommata con rad.l 40. piu rad.320 l grandezza del Triangolo equicrure a b c, la somma rad.l 400. piu rad.128000 l sara la grandezza del Pentagono. Trouata la grandezza del Pentagono,intendasi poi egli essere diuiso in 5. Triangoli equicrurij eguali con 5. semidiametri che venghino dal centro alli 5.angoli del Pentagono,& diuidendo la sua grandezza per la mita del suo giro,cioe per 10.mita del giro 20. ouero diuidendo la quinta parte della sua grandezza,cioe rad.l 16.piu rad.$204\frac{4}{5}$ l grandezza d'vn solo Triangolo c e d,per 2.e n,mita della base e d, l'auenimento rad.l 4. piu rad.$12\frac{4}{5}$ l. sara la perpendicolare c n. in esso Triangolo c e d, che e il semidiametro del Circolo da inscriuere nel Pentagono, al quadrato della quale perpendicolare, cioe a 4. piu rad.$12\frac{4}{5}$. gionto il quadrato di e n,mita della base qual quadrato e 4.la somma 8.piu rad.$12\frac{4}{5}$. sara il quadrato del lato c e,semidiametro del Cerchio da circonscriuere al Pentagono, però esso semidiametro sara rad.l 8.piu rad.$12\frac{4}{5}$.l, & il suo doppio, cioe radice l 32. piu radice $204\frac{4}{5}$ l sara il diametro totale, essendo il diametro del Cerchio da inscriuerli radice l.16.piu radice $204\frac{4}{5}$.l.

Si sono poste in margine tutte le operationi,& calculi delle quantita occorrenti,come sono il pigliare la radice d'vn Binomio,o Residuo,il partire vna rad.l l.per vn'altra,il sommare vna radice l l con vn'altra,& altre operationi,acciochè gli Studiosi possano farsi prattici in esse, vsando breuita,& facilita,che in quest'operare s'acquista prontezza, & agilita, & vi consiste la bellezza della Dottrina.

Si può auertire che nelle due rette a o,d e, che si segano nel Cerchio, essendo il dutto di e n, in n d,cioe il quadrato di e n,eguale al dutto di a n,in n o,& perciò essendo e n,media proportionale fra a n,& n o,partendo 4,quadrato di e n.2.per a n,rad.l 20.piu rad.320 l l'auenimento rad.l 4 meno rad.$12\frac{4}{5}$ l sara n o,fra la quale n o,& il totale diametro a o,(composto,o somma di a n,& n o)si vede(nel modo detto di sopra nel lato del Pentagono) essere la e o.lato del Decagono media proportionale (onde del dutto di n o,nel totale diametro a o.presa la radice quadra ella sara il lato del Decagono da inscriuere nel Cerchio : Et similmente in ciascuna figura regolare, (cioe Equilatera, & Equiangola) inscritta nel Cerchio tiratali la subtensa a dui lati, & dall'angolo opposto li tiratali la perpendicolare che diuidera essa subtensa per mezo,& sara vna parte del diametro(perche allungata passara per il centro) essendo l'altra parte il restante del diametro,si conosce che la mita d'essa subtensa a dui lati è media proportionale fra detta perpendicolare, & restante del diametro, & che anco il lato della figura regolare è medio proportionale fra tutto il diametro, & quella parte d'esso che è da vn'angolo della figura fino al mezo della subtensa a dui lati d'essa figura.

Ancora sia che si vogli con l'aiuto dell' Algebra,dato il diametro del Cerchio,& sia 20 trouare il lato del Quindecagono inscrittoli.

Per farlo inscritto il Quindecagono nel Cerchio, tirinsi le due subtense a f. a 5. suoi lati che sarà

sarà il lato del Triangolo inscritto, & però sarà rad. 300. (che è potentialmente li $\frac{3}{4}$. del diametro 20. ò vogliamo dire è la rad. delli $\frac{3}{4}$. del Quadrato del diametro del Cerchio) & a d, a suoi 3. lati che sarà il lato del Pentagono inscritto, però sarà rad.l 250, m̃ rad. 125000 l & anco si tirino le a c, f d, subtense a dui lati, & la f c, subtensa a 3. lati che sarà rad.l 250 meno rad. 12500 l. & considerisi il Quadrilatero, o doppio Capotagliato a b c d, nel Cerchio, & posto il lato c b. (lato del Quindecagono) 1 ɫ. si moltiplichi via l'opposito a d. rad.l 250 meno rad. 12500 l. & fa rad.l 250. meno rad. 12500 l ɫ. al che si giunga il dutto di c d, 1 ɫ. nel suo opposito lato a b. 1 ɫ qual dutto è 1 ƶ. & fa rad.l 250 meno rad. 12500 l ɫ. piu 1 ƶ. Et questo è eguale al dutto di a c, in d b. diametri eguali in esso Quadrilatero & sottotendenti a dui lati del Quindecagono, perilche ciascuno d'essi sara la rad. d essa quantita, cioe sara rad. l rad.l 250. meno rad. 12500 l ɫ. piu 1 ƶ l. Ancora considerato il Quadrilatero a c d f. nel Cerchio, il dutto di a c, in d f. lati oppositi eguali qual dutto è rad.l 250. meno rad. 12500 l ɫ piu 1 ƶ. giunto al dutto di c d 1 ɫ. in a f. oppostoli rad. 300. qual dutto è rad. 300 ɫ. fa in somma rad. 300 ɫ. piu rad.l 250 meno rad. 12500 l ɫ piu 1 ƶ, & questo è eguale al dutto delli dui diametri eguali a d, in c f, qual dutto è 250. meno rad. 12500. (perche ciascuno d'essi dui diametri è rad.l 250. meno rad. 12500 l. Onde essendo peruenuti a questa equatione d'1 ƶ & ɫ eguali a numero trouaremo il valore della ɫ operando come segue.

1 ƶ p̃ (rad. 300 p̃ rad.l 250 m̃ rad. 12500. l ɫ.) Eguale a 250. m̃ rad. 12500.

rad 75. p̃ rad.l 62 $\frac{1}{2}$ m̃ rad. 781 $\frac{1}{4}$ l. mità del numero delle ɫ che
via rad. 75 p̃ rad.l 62 $\frac{1}{2}$. m̃ rad 781 $\frac{1}{4}$ l si moltiplica in se stesso.

rad.l 62 $\frac{1}{2}$. m̃ rad. 781 $\frac{1}{4}$. l
via rad.l 3000. l rad. 90000

22500

fa rad.l 18550. m̃ rad. 70312500. l

fa 137 $\frac{1}{2}$. m̃ radice 781 $\frac{1}{4}$. p̃ rad.l 18750. m̃ rad. 70312500 l. è il Quadrato della mità del numero delle ɫ. 250. m̃ rad 12500. numero della Equatione che se li giunge.

somma 387 $\frac{1}{2}$. m̃ rad. 19531 $\frac{1}{4}$. p̃ rad.l 18750. m̃ rad. 70312500. l. della quale quantità intesa come binomio si piglia la rad.

387 $\frac{1}{2}$. m̃ rad. 19531 $\frac{1}{4}$.

169687 $\frac{1}{2}$. meno radice 117308. 57031 $\frac{1}{4}$. è il quadrato della maggior parte.

150156 $\frac{1}{4}$ 775 18750 meno rad. 70312500. è il quadrato della minor parte che si caua

19531 $\frac{1}{4}$ rad. 600625.

150937 $\frac{1}{2}$.

169687 $\frac{1}{2}$. 150156 $\frac{1}{4}$.
488275
117186
117186

m̃ rad. 117309570 31 $\frac{1}{4}$

46923828125.
18769531.5
75078125
3003125
600625
7 7 5

28125 0000.
11250000
450000
18000
3600
6 0

$\frac{17\ 7\ 5}{6\ 0}$ cioe 12 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$

la radice meno inferiore entra nella radice meno superiore volte 12 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. qual è inferiore perche è meno conuien giongerla alla superiore, & perche ella è meno si deue cauare da detta superiore accioche resti ò deuenti tanto manco meno. onde perche la inferiore entra nella superiore volte 12 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. ella entrarà nel restante vna volta manco, cioe volte 11 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. però moltiplicata per 11 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. cioe per radice $\frac{20449}{144}$, che fa rad. 9984863281 $\frac{1}{4}$. & sarà meno questo sarà il restante.

rad. 2 0 4 4 9 / 1 4 4 via rad. 70312500

5859375
488281 $\frac{1}{4}$
Via 20449

5112 $\frac{1}{4}$
4394529
1953124
1953124
976562

resta 150937 $\frac{1}{2}$ m̃ rad. 9984863281 $\frac{1}{4}$ dal che si piglia la rad. da giongere,& cauare alla parte maggiore.

150937 $\frac{1}{2}$
150937 $\frac{1}{2}$
113125

150937 $\frac{1}{4}$
1056559
452811
1358433
2264055

resultanti 264062 $\frac{1}{2}$ & 37812 $\frac{1}{2}$.
le mità 132031 $\frac{1}{4}$ & 18906 $\frac{1}{4}$ delle quali si pigliano le rad.

$\frac{0}{2}\frac{6}{4}$    1 387 $\frac{1}{2}$

22782128906 $\frac{1}{4}$ □.della parte maggiore.
9984863281 $\frac{1}{4}$ □.della parte minore.

20

12797265625 restante    137 $\frac{1}{4}$

. . . . 8 .

1 1 3 1 2 5 radice del restante che si giunge & caua alla parte maggiore, & delli dui resultanti si pigliano le mità.

60

28

565

11312

radice 132031 $\frac{1}{4}$ meno 137 $\frac{1}{2}$. è la radice cercata che si giunge & caua a 387 $\frac{1}{2}$. meno rad. 19531 $\frac{1}{4}$. parte maggiore della quantità, o binomio principale di che si piglia la rad.

387 $\frac{1}{2}$ meno radice 19531 $\frac{1}{4}$.
con rad. 132031 $\frac{1}{4}$. meno 137 $\frac{1}{2}$

528125    78125
21125    3125
845    125
169 $\frac{1}{5}\frac{2}{5}$    25

volte 2 $\frac{3}{5}$ entra radice 19531 $\frac{1}{4}$. che è meno in radice 132031 $\frac{1}{4}$. che se li ha da giongere ma per essere meno ella si deue cauare dall'altra, & però nel restante (che sarà la somma loro) ella entrarà vna volta manco cioe volte 1 $\frac{3}{5}$. però 1 $\frac{3}{5}$. cioe radice $\frac{6}{2}\frac{4}{5}$ via radice 19531 $\frac{1}{4}$. che fa radice 50000. & è più sarà la somma d'esse due radici, & la somma di 387 $\frac{1}{2}$. con m̃ 137 $\frac{1}{2}$. è 250. però la somma totale cercata è 250. piu rad. 50000.

rad. $\frac{6}{2}\frac{4}{5}$ via rad. $\frac{7}{}\frac{8}{}\frac{1}{}\frac{2}{}\frac{5}{4}$    $\frac{3}{}\frac{2}{2}\frac{4}{5}$
16    3125    81
1    1    1

fa rad. 50000.

ancora da 387 $\frac{1}{2}$. meno rad. 19531 $\frac{1}{4}$ si caua radice 132031 $\frac{1}{4}$. m̃ 137 $\frac{1}{2}$.

resta 525. m̃ rad. 253125.

dalla radice 19531 $\frac{1}{4}$. che è meno cauando radice 132031 $\frac{1}{4}$. nella quale ella entra volte 2 $\frac{3}{5}$. si douerà giongere con quella, & però nel componerlo ella entrarà 1. volta di piu cioe volte 3 $\frac{3}{5}$. onde 3 $\frac{3}{5}$. cioe rad. $\frac{3}{}\frac{2}{2}\frac{4}{5}$ via rad. $\frac{7}{}\frac{8}{}\frac{1}{}\frac{2}{}\frac{5}{4}$. fa radice 253125. & è meno però il restante d'esse è meno radice 253125. & per il cauare dal 387 $\frac{1}{2}$ il meno 137 $\frac{1}{2}$. resta 525. però il restante totale è 525. m̃ radice 253125.

di que-

di queſti due reſultanti
250. piu rad. 50000. & 525. meno rad. 253125.
& ſono 125. piu rad. 12500. & $262\frac{1}{2}$. m̄ rad. $63281\frac{1}{4}$.

15625
12500
———
3125
la rad. è rad.| 125. piu rad. 12500 |

$68906\frac{1}{4}$
$63281\frac{1}{4}$
———
5625
75

$337\frac{1}{2}$. $187\frac{1}{2}$.
$198\frac{3}{4}$. $93\frac{3}{4}$.
la rad. è rad. $168\frac{3}{4}$. meno rad. $93\frac{3}{4}$.

ſi pigliano le mità di ciaſcuno de quali ſi piglia la rad. & ſono radice | 125 piu rad. 12500 | & radice $168\frac{3}{4}$ meno radice $93\frac{3}{4}$, quali due quantità gionte inſieme in forma di binomio anc'elle come è la quantità di che ſi piglia la rad. formano la radice cercata di detta quantita binomiale però queſta ſua radice ſarà rad. | 125. piu radice 12500 | piu rad. $168\frac{3}{4}$. meno rad. $93\frac{3}{4}$. dal che ſi caua la mità del numero delle x. cioe rad. 75. piu rad. | $62\frac{1}{2}$ meno rad. $781\frac{1}{4}$ | & il reſtante rad. | $62\frac{1}{2}$. piu rad. $781\frac{1}{4}$ | piu rad. $18\frac{3}{4}$ meno radice $93\frac{3}{4}$. è il valore della x & però è il lato del Quindecagono poſto 1x. quale riducendolo a quantità rationale ſi può dire eſſere circa a $4\frac{1}{2}\frac{4}{5}$. & ſe vorremo pigliare fatica lo potremo andare chiudendo fra rotti di molte figure molto propinqui al vero che per hora ci fermaremo in queſto che è molto facile.

Da rad.| 125 p̄ rad. 1250.| p̄ rad. $168\frac{3}{4}$ m̄ rad. $93\frac{3}{4}$.
ſi caua rad. 75. p̄ rad.| $62\frac{1}{2}$ m̄ rad. $781\frac{1}{4}$ |.
———
il reſtante è rad.| $62\frac{1}{2}$. piu rad. $781\frac{1}{4}$ | piu radice $18\frac{3}{4}$ meno rad. $93\frac{3}{4}$. & è il valore della x & però è il lato del Quindecagono poſto 1x

rad. 75. in rad. $168\frac{3}{4}$. entra per rad. $2\frac{1}{4}$. che è $1\frac{1}{2}$. però entrarà nel reſtante ſolo volte $\frac{1}{2}$. onde eſſo reſtante ſarà rad. $18\frac{3}{4}$.

rad.| $62\frac{1}{2}$ meno rad. $781\frac{1}{4}$ | in radice | 125 piu radice 12500 |
rad.| $62\frac{1}{2}$ piu rad. $781\frac{1}{4}$ | rad.| $62\frac{1}{2}$. piu rad. $781\frac{1}{4}$ |
———
$3906\frac{1}{4}$
meno $781\frac{1}{4}$
———
rad.| 3125 | partitore ſimplice.

$7812\frac{1}{2}$
3125
———
$10937\frac{1}{2}$

$62\frac{1}{2}$. via radice 12500. è quanto $62\frac{1}{2}$. via radice 5. via 50. cioe quanto radice 5. via 3125.

125. via rad. $781\frac{1}{4}$. e quanto 125. via rad. 5. via $12\frac{1}{2}$. cioe quanto radice 5. via $1562\frac{1}{2}$. che gionto a rad. 5. via 3125.

rad. 5. in rad. 12500. entra per rad. 2500. che e 50. rad. 5. in rad. $78\frac{1}{4}$. entra per rad. $156\frac{1}{4}$. che e $12\frac{1}{2}$. però rad. $781\frac{1}{4}$ via rad. 12500. e quanto radice 5. via 50. via rad 5. via $12\frac{1}{2}$. ma radice 5. via rad. 5. fa 5. & 50. via $12\frac{1}{2}$. fa 625. onde ſi riduce a 5. via 625. che fa 3125. però radice 12500. via radice $781\frac{1}{4}$. fa 3125.

fara radice 5. via $4687\frac{1}{2}$. cioe quanto rad. $1\frac{1}{4}$ via 9375. che e rad. $1\frac{1}{4}$. via rad. 87890625. cioe radice 5. via radice $21972656\frac{1}{4}$. che fa radice $109863281\frac{1}{4}$.
però il prodotto di queſte due rad.| | è
rad.| $10937\frac{1}{2}$. piu rad. $109863281\frac{1}{4}$ |. da partire per rad.| 3125 |.
———
rad.| rad. 9765625 | ne viene rad.| $3\frac{1}{2}$. piu rad. $11\frac{1}{4}$ |
rad.| 3125 |
———
1562 1220703
———
2441406

$3\frac{1}{2}$. piu rad. $11\frac{1}{4}$. $12\frac{1}{4}$. cauatone $11\frac{1}{4}$. reſta 1. che la rad. e 1. quale gionto & cauato a $3\frac{1}{2}$. fa $4\frac{1}{2}$. & $2\frac{1}{2}$. che le loro mita ſono $2\frac{1}{4}$. & $1\frac{1}{4}$. le rad. de quali ſono $1\frac{1}{2}$ & rad. $1\frac{1}{4}$. che gionte inſieme fanno $1\frac{1}{2}$ piu rad. $1\frac{1}{4}$. & queſto e quanto radice | $3\frac{1}{2}$ piu rad. $11\frac{1}{4}$. |.

La minore radice l l. residuo entra nella maggior radice l l. binomio per volte $1\frac{1}{2}$ piu radice $1\frac{1}{4}$. onde a cauare la minore dalla maggiore essa minore entrata nel restante 1. volta manco cioe volte rad. $1\frac{1}{4}$ piu $\frac{1}{2}$. però a moltiplicare la minor radice l l. per radice $\frac{1}{4}$ piu $\frac{1}{2}$. cioe per radice l. $1\frac{1}{2}$. piu rad. $1\frac{1}{4}$ l il prodotto rad. l $62\frac{1}{2}$. piu rad. $781\frac{1}{4}$ l sarà il restante.

rad l $62\frac{1}{2}$ meno rad. $781\frac{1}{4}$ l
via radice l $1\frac{1}{2}$. piu rad. $1\frac{1}{4}$ l

fa rad. l $62\frac{1}{2}$. piu rad $781\frac{1}{4}$ l

rad. $\frac{5}{4}$ via meno rad. $\frac{3125}{4}$

15625

125

fa meno $31\frac{1}{4}$. ma $31\frac{1}{4}$ e la mita di $62\frac{1}{2}$. però da $1\frac{1}{2}$. via $62\frac{1}{2}$. a cauarne $31\frac{1}{4}$. che e quanto $\frac{1}{2}$. via $62\frac{1}{2}$. resta solo 1. via $62\frac{1}{2}$. cioe $62\frac{1}{2}$. che e il numero. Ancora rad. $1\frac{1}{4}$ in rad. $781\frac{1}{4}$ cioe rad. $\frac{5}{4}$ in rad. $\frac{3125}{4}$. entra per rad. 625. che e 25. onde $1\frac{1}{2}$. via meno radice $781\frac{1}{4}$ sconta quanto importa $1\frac{1}{2}$. via 25. via rad. $1\frac{1}{4}$. cioe quanto $37\frac{1}{2}$ via rad. $1\frac{1}{4}$. però hauendo $62\frac{1}{2}$. via rad. $1\frac{1}{4}$. vi resta 25 via rad. $1\frac{1}{4}$. cioe rad. 625 via rad. $1\frac{1}{4}$. che fa quanto rad. $156\frac{1}{4}$ via rad. 5. cioe fa rad. $781\frac{1}{4}$. che è la radice onde il prodotto sara radice l $62\frac{1}{2}$. piu radice $781\frac{1}{4}$ l.

rad. l $62\frac{1}{2}$. p̄ rad. $781\frac{1}{4}$ l p̄ rad. $18\frac{3}{4}$
m̄ rad. $93\frac{3}{4}$

m̄ $9\frac{6\,8}{1\,0\,0}$ & più
ma $9\frac{6\,9}{1\,0\,0}$ & meno

$27\frac{5\,2}{4}$ $4\frac{3\,3}{1\,0\,0}$
$62\frac{1}{2}$ & più

non arriua a rad. $90\frac{2\,5}{3\,2}$
che è $9\frac{5\,1}{1\,0\,0}$ & più
con $4\frac{3\,3}{1\,0\,0}$ & più

fa $13\frac{8\,4}{1\,0\,0}$. & più
cauando $9\frac{6\,9}{1\,0\,0}$. che e più del douere

resta $4\frac{1\,5}{1\,0\,0}$. che sarà manco del douere, però essa quantità significa $4\frac{1\,5}{1\,0\,0}$ & più ma potiamo dire circa a $4\frac{1\,6}{1\,0\,0}$.